

**Modélisation résolue en temps du transfert thermique  
couplé conducto-radiatif au sein de matériaux  
multicouches**

Mathieu Niezgoda, Denis Rochais, Franck Enguehard, Benoit Rousseau,  
Patrick Echegut

► **To cite this version:**

Mathieu Niezgoda, Denis Rochais, Franck Enguehard, Benoit Rousseau, Patrick Echegut. Modélisation résolue en temps du transfert thermique couplé conducto-radiatif au sein de matériaux multicouches. Congrès Français de Thermique, May 2011, Perpignan, France. <hal-01287542>

**HAL Id: hal-01287542**

**<https://hal-centralesupelec.archives-ouvertes.fr/hal-01287542>**

Submitted on 13 Mar 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation résolue en temps du transfert thermique couplé conducto-radiatif au sein de matériaux multicouches

Mathieu NIEZGODA<sup>1\*</sup>, Denis ROCHAIS<sup>1</sup>, Franck ENGUEHARD<sup>1</sup>,  
Benoit ROUSSEAU<sup>2</sup>, Patrick ECHEGUT<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CEA, DAM, LE RIPAUT, F-37260 MONTS, France

<sup>2</sup>CEMHTI, CNRS UPR 3079, F-45071 ORLÉANS, France

\* (auteur correspondant : mathieu.niezgoda@cea.fr)

**Résumé** - Nous présentons dans ce papier une modélisation originale permettant de reproduire le champ de température au sein de matériaux multicouches dans le cadre de la méthode flash unidimensionnel. Ce modèle prend en compte le couplage entre les modes de transfert par conduction et par rayonnement en fonction de la température de l'expérience. Le nombre de couches du matériau étudié est à choisir, leur épaisseur ainsi que leur nature peut être variable en fonction de l'échantillon étudié. Cette modélisation permet déjà de reproduire des thermogrammes expérimentaux atypiques et pose ainsi la base d'une modélisation prenant en compte la microstructure des matériaux.

## Nomenclature

<b>A</b>	matrice du système linéaire
<b>b</b>	vecteur du système linéaire
$c_p$	capacité calorifique massique, $J.K^{-1}.kg^{-1}$
$e$	épaisseur de l'échantillon, $m$
$h$	coefficient de pertes convecto-radiatives, $W.m^{-2}.K^{-1}$
$L$	luminance, $W.m^{-2}$
$L^0$	luminance du corps noir, $W.m^{-2}$
$N_{pl}$	nombre de Planck
$M, N, P$	grandeurs radiatives, $m^{-1}$
$n$	indice optique
$P$	fonction de phase de diffusion
$q$	densité de flux de chaleur, $W.m^{-2}$
$Q$	densité d'énergie du flash, $J.m^{-2}$
$s$	variable de Laplace, $s^{-1}$
$t$	temps, $s$
$T$	température absolue, $K$
$T_0$	température de référence, $K$
$U$	constante, $m^{-2}$
$V$	constante, $m^{-4}$
$z$	variable d'espace, $m$

## Symboles grecs

$\alpha_i, \gamma_i$	constantes décrivant la température et le flux
$\delta_i$	le flux
$\beta$	coefficient d'extinction ( $\chi + \sigma$ ), $m^{-1}$
$\chi$	coefficient d'absorption, $m^{-1}$
$\theta$	température, $K$
$\varepsilon_i$	émissivité de la paroi à $z = i$
$\lambda$	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$\mu$	direction de diffusion
$\nu$	constante calculée à partir de $M$ et $N$ , $m^{-1}$
$\rho$	masse volumique, $kg.m^{-3}$
$\rho_i$	réflectivité de la paroi à $z = i$
$\sigma$	coefficient de diffusion, $m^{-1}$
$\sigma_{SB}$	constante de Stefan-Boltzmann
$\omega$	albédo

## Indices et exposants

$r$	radiatif
$0/e$	relatif à la face avant/arrière
$-$	grandeur dans l'espace de Laplace
$\cdot$	quantité directionnelle

## 1. Introduction – Contexte et objectif de l'étude

Cette étude s'inscrit dans le cadre d'un projet de modéliser le transfert thermique au sein de matériaux poreux multiconstituants. Nous nous intéressons plus particulièrement ici à la méthode flash que nous avons modélisée pour caractériser la diffusivité thermique effective (ou la conductivité thermique effective) des matériaux spécifiques que nous étudions. Les thermogrammes expérimentaux que nous obtenons sur ces matériaux montrent clairement que

la conduction n'est pas le seul mode de transfert de la chaleur qui s'y opère. En effet, les phénomènes qui se produisent aux temps courts (absence de tangente nulle à l'origine, montée brusque, marche, ...) traduisent l'existence du transfert de chaleur par rayonnement : nos matériaux sont donc semi-transparents. Ceci s'explique par leur microstructure, en particulier leur porosité, ce que nous comptons mettre en évidence à terme. À cette observation s'ajoute le fait que nous menons des études en température, le rayonnement s'en retrouve donc renforcé.

Ainsi, nous avons choisi de réaliser une modélisation prenant en compte un couplage de ces deux modes de transfert et qui tient compte également de la température de l'expérience. Dans ce papier, nous allons montrer que nous sommes capables de reproduire numériquement nos thermogrammes expérimentaux à l'aide d'un tel modèle dans l'hypothèse d'un transfert de chaleur unidirectionnel.

## **2. Modélisation de la méthode Flash dans un matériau multicouche**

Cette partie s'attache à présenter la modélisation semi-analytique du transfert de chaleur couplé conduction-rayonnement au sein d'un matériau multicouche dans le cadre de la méthode Flash unidirectionnel et en fonction de la température.

### **2.1. Description de l'expérience**

La détermination de la diffusivité thermique effective d'un échantillon est réalisée par un dispositif expérimental fondé sur la méthode flash [1], qui consiste à l'exciter par une brève impulsion thermique (longueur d'onde  $1,06 \mu\text{m}$ ) en face avant et à mesurer la réponse temporelle en température sur sa face arrière (appelée thermogramme). De plus, un échantillon poreux ne peut être caractérisé sans prendre quelques précautions. En effet, en l'état, l'absorption de l'énergie se fait généralement dans le volume de l'échantillon (voire le traverse directement), rendant ainsi non uniforme son dépôt en face avant. Les faces avant et arrière d'un tel milieu (alvéolaire par exemple dans le cas d'une mousse de carbone) ont donc été imprégnées d'une colle graphite opacifiante (931 Cotronics) ou d'une peinture noire opaque permettant l'absorption du rayonnement produit par l'excitation en face avant et la réémission du rayonnement induit par l'échauffement du milieu par la face arrière transformant ainsi l'échantillon en un milieu tricouche (un milieu poreux considéré comme équivalent à un milieu homogène semi-transparent entouré de deux couches d'un milieu opaque). Les propriétés thermiques de ces couches supplémentaires ont été caractérisées afin d'obtenir les données d'entrée nécessaires à l'estimation de paramètres par notre modèle décrit ci-après.

### **2.2. Modèle théorique développé dans une couche**

#### **2.2.1. Hypothèses de la modélisation**

Dans un premier temps, nous avons étudié le problème suivant. Nous considérons un échantillon plan semi-transparent, d'épaisseur  $e$ , qu'on considère équivalent à un milieu homogène, de faible épaisseur devant son rayon, ce qui nous permet de justifier les hypothèses de transfert de chaleur unidirectionnel (dans la direction axiale notée  $z$ ) et de symétrie azimutal du rayonnement.

Le milieu est initialement à une température uniforme  $T_0$  et absorbe uniformément à  $t = 0$  une densité d'énergie  $Q$  par sa face avant et dont la forme temporelle est supposée être un Dirac, tandis que la face arrière est laissée au repos. Ces deux faces sont considérées comme

étant opaques à émission et réflexion diffuses. La face latérale de l'échantillon cylindrique est supposée adiabatique contrairement aux deux autres faces auprès desquelles la chaleur se dissipe par convection naturelle et rayonnement à travers un coefficient d'échange convecto-radiatif.

Afin d'obtenir une solution analytique, nous faisons l'hypothèse simplificatrice que la luminance est isotrope par demi-espace et l'hypothèse du milieu gris (grandeurs indépendantes de la longueur d'onde) du fait que le détecteur reçoit le flux issu de la face arrière et délivre un thermogramme en effectuant une intégration sur l'ensemble des longueurs d'onde.

### 2.2.2. Équations du problème

L'objectif est d'être capable d'exprimer la température, le flux total et les deux luminances hémisphériques dans l'espace de Laplace en fonction de la variable d'espace  $z$  et des propriétés de l'échantillon. Pour ce faire, il nous faut donc résoudre dans ce cadre l'équation de la chaleur couplée à l'équation du transfert radiatif.

### 2.2.3. Résolution du problème

En résolvant ces deux équations par la méthode de Schuster-Schwarzschild – reprise et complétée par Lazard [2] –, en linéarisant le terme de luminance du corps noir (en  $T^4$ ), nous obtenons que le champ de température dans l'espace de Laplace est régi par l'équation différentielle d'ordre 4 suivante :

$$\frac{d^4 \bar{\theta}}{dz^4} - \underbrace{\left( \frac{\rho c_p}{\lambda} s + \nu^2 + \frac{8P n^2 \sigma_{SB} T_0^3}{\lambda} \right)}_U \frac{d^2 \bar{\theta}}{dz^2} + \underbrace{\left( \nu^2 \frac{\rho c_p}{\lambda} s \right)}_V \bar{\theta} = 0 \quad (1)$$

$$\text{avec : } \nu^2 = M^2 - N^2 \quad \text{où : } M = 2\chi + \sigma, \quad N = \sigma, \quad P = 2\chi$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$\bar{\theta}(z) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i e^{\gamma_i z} \quad \text{avec : } \gamma_i = \pm \sqrt{\frac{U \pm \sqrt{U^2 - 4V}}{2}} \quad (2)$$

Cette solution doit être compatible avec l'équation de la chaleur (1), ce qui implique des relations de compatibilité nous permettant d'écrire complètement l'expression du flux radiatif, des luminances et par suite du flux total dans l'espace de Laplace :

$$\bar{q}_r(z) = 8P n^2 \sigma_{SB} T_0^3 \sum_{i=1}^4 \alpha_i \frac{\gamma_i}{\gamma_i^2 - \nu^2} e^{\gamma_i z} \quad (3)$$

$$\bar{L}^+(z) = \frac{n^2 \sigma_{SB} T_0^4}{\pi s} + 4 \frac{P n^2 \sigma_{SB} T_0^3}{\pi} \sum_{i=1}^4 \alpha_i \frac{\gamma_i - (M + N)}{\gamma_i^2 - \nu^2} e^{\gamma_i z} \quad (4)$$

$$\bar{L}^-(z) = \frac{n^2 \sigma_{SB} T_0^4}{\pi s} - 4 \frac{P n^2 \sigma_{SB} T_0^3}{\pi} \sum_{i=1}^4 \alpha_i \frac{\gamma_i + (M + N)}{\gamma_i^2 - \nu^2} e^{\gamma_i z} \quad (5)$$

$$\bar{\varphi}(z) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \lambda \gamma_i \delta_i e^{\gamma_i z} \quad \text{avec : } \delta_i = \frac{2P\beta}{N_{pl}(\gamma_i^2 - \nu^2)} - 1 \quad \text{et : } N_{pl} = \frac{\lambda\beta}{4n^2 \sigma_{SB} T_0^3} \quad (6)$$

Les quatre grandeurs qui nous intéressent – la température (2), le flux total (6) et les deux luminances (4) et (5) – ne dépendent toutes que de quatre inconnues, les  $\alpha_i$ , qu’il est possible de déterminer par l’écriture de quatre conditions aux limites – une sur le flux et l’autre sur la luminance (+ ou –) sur chacune des faces – que voici :

$$\bar{\varphi}(z = 0) = \bar{\varphi}_{\text{flash}} - h \bar{\theta}(z = 0) \quad (7)$$

$$\bar{L}^+(z = 0) = \varepsilon_0 \bar{L}^0(T(z = 0)) + \rho_0 \bar{L}^-(z = 0) \quad (8)$$

$$\bar{L}^-(z = e) = \varepsilon_e \bar{L}^0(T(z = e)) + \rho_e \bar{L}^+(z = e) \quad (9)$$

$$\bar{\varphi}(z = e) = h \bar{\theta}(z = e) \quad (10)$$

qu’on réécrit en fonction des  $\alpha_i$  (inconnues) sous la forme du système linéaire suivant :

$$\mathbf{A} \cdot [\alpha_i] = \mathbf{b} \quad (11)$$

La résolution de ce système se fait ainsi numériquement de manière classique pour chaque pas dans l’espace de Laplace, puis une inversion numérique de Laplace (De Hoog [3]) nous donne l’évolution de la température en fonction du temps et de la variable d’espace  $z$ , en particulier en face arrière dans le cadre de la méthode flash.

### 2.3. Modèle théorique développé dans un multicouche

En pratique, nous l’avons vu, il est nécessaire de déposer une couche d’un matériau opaque dans l’infrarouge en face avant et arrière de nos échantillons afin d’absorber l’énergie provenant du flash en face avant et de mesurer l’élévation de la température en face arrière. Ceci nous a demandé d’étendre notre modèle à un multicouche dont les couches sont *a priori* de nature différente.

Pour traiter le cas d’un échantillon multicouche, nous avons à résoudre le même problème de transfert de chaleur dans chacune des couches qui le constitue avec les données physiques et géométriques (conductivité thermique, capacité calorifique volumique, propriétés optiques et radiatives, épaisseur) propres à chacune d’entre elles. Ainsi, il y a quatre inconnues (les  $\alpha_i$ ) à déterminer dans chacune des couches pour décrire les quatre champs dans l’ensemble de l’échantillon. Le système linéaire précédent a donc été complété par l’introduction de quatre équations de continuité – une pour chacune des quatre grandeurs du problème – pour chaque interface entre deux couches et résolu de manière identique au cas d’une seule couche.

## 3. Validation du modèle

Nous avons donc développé un modèle simulant numériquement l’évolution de la température pour des échantillons multicouches soumis à la méthode flash. Montrons à présent qu’il permet de reproduire les thermogrammes atypiques de trois matériaux différents.

### 3.1. Démarche

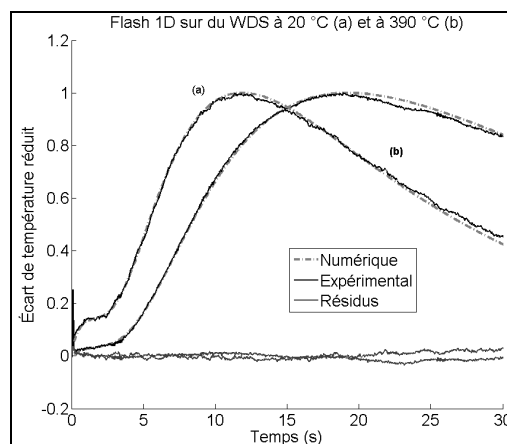
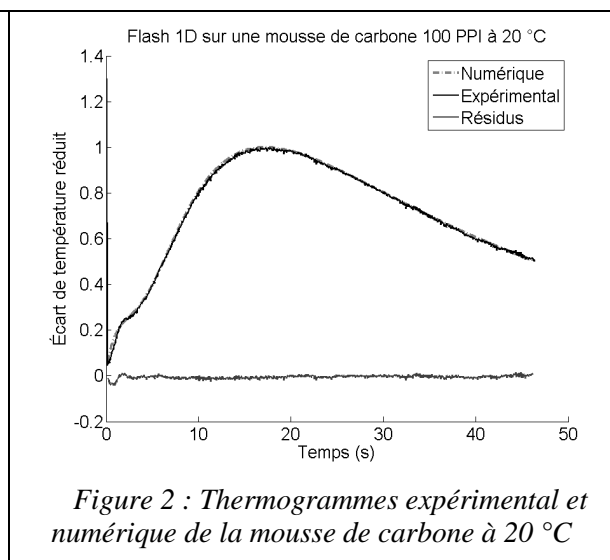
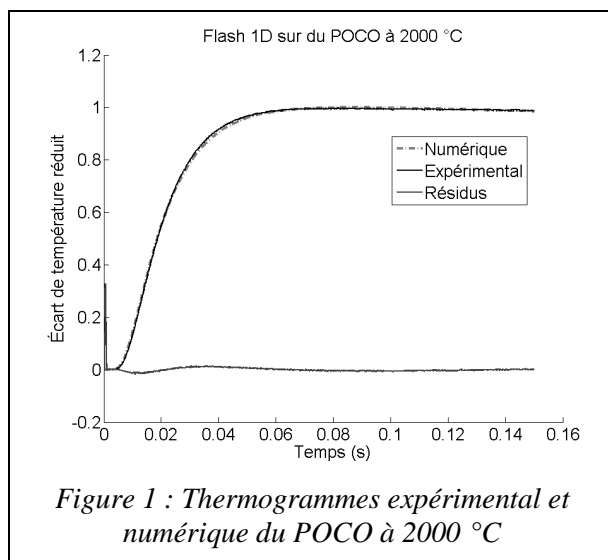
Dans un premier temps, nous avons appliqué la méthode flash à différentes températures [4] sur trois matériaux, différents de par leur réponse thermique. Ainsi, nous avons étudié le cas du POCO, matériau très opaque à l’infrarouge et dans lequel le transfert de chaleur est donc purement conductif ; le cas d’une mousse de carbone dans laquelle nous avons injecté

une colle graphite pour opacifier les faces avant et arrière ; et le cas d'un superisolant microporeux, le WDS, pour lequel nous avons peint les faces avant et arrière.

Puis, dans un second temps, nous avons recherché (par caractérisation ou dans la littérature) les propriétés physico-thermiques et géométriques – capacité calorifique volumique, épaisseur des couches, conductivité thermique, indice optique, coefficients d'absorption et de diffusion – des matériaux ainsi que de la peinture et de la colle graphite contenant des brins de mousse de carbone, nécessaires à notre modèle .

Nous avons pu alors comparer les thermogrammes expérimentaux aux thermogrammes numériques prédits par notre modélisation avec les paramètres mesurés ou trouvés dans la littérature. Donnons quelques précisions sur l'influence des paramètres. La capacité calorifique, la conductivité thermique et l'épaisseur de la couche du matériau sont responsables de la durée de l'expérience flash sur le matériau étudié. Plus le temps caractéristique  $\tau = e^2/a$  est faible, plus elle sera rapide. Les propriétés radiatives influent sur la hauteur et la forme de la marche aux temps très courts. Plus la somme  $\chi + \sigma$  sera importante et plus on tendra vers un comportement de conduction pure (absence de marche). Le rapport  $\chi/\sigma$  contribue quant à lui à la courbure de cette marche.

### 3.2. Résultats



Le cas du POCO permet de montrer que notre modèle est valide dans le cas où le transfert de chaleur n'est que conductif. La Figure 1 présente une comparaison entre le thermogramme obtenu expérimentalement à 2000 °C pour ce matériau et celui donné par notre modèle avec les valeurs des paramètres que nous avons mesurés ou recherchés. Nous constatons que le modèle développé permet de reproduire très fidèlement ce qu'on peut observer en pratique.

En ce qui concerne la mousse de carbone, nous avons modélisé l'échantillon par un tricouche contenant un milieu de colle graphite avec brins de mousse de part et d'autre d'un milieu semi-transparent considéré comme équivalent à un milieu homogène. Nous avons réalisé des mesures à 20 °C. Cette fois-ci, la présence du milieu semi-transparent entraîne une allure de thermogramme atypique où la diffusion est négligeable d'après [5]. Mais nous sommes capables de reproduire le thermogramme expérimental avec ce modèle (cf. Figure 2).

Enfin, le cas du WDS est sensiblement identique au cas de la mousse si ce n'est que les couches avant et arrière sont composées d'une peinture opaque, et que les propriétés à injecter dans le modèle sont bien sûr différentes du cas précédent. Pour ce cas, nous avons mené une étude à deux températures différentes (20 °C et 390 °C). Les thermogrammes (cf. Figure 3) sont différents de ce qu'on a déjà vu puisque nous sommes ici en présence de diffusion. Néanmoins, le modèle permet une nouvelle fois de reproduire les comportements observés.

Ces trois études sur des matériaux aux réponses très différentes permettent de valider le modèle de simulation de la méthode flash couplant les transferts de chaleur par conduction et par rayonnement en température que nous avons réalisé.

## 4. Conclusion

Nous avons développé une modélisation unidimensionnelle des transferts de chaleur couplés conducto-radiatif, dans le cadre de la méthode flash, capable de prédire l'évolution du champ de température dans des échantillons multicouches où le nombre, l'épaisseur et la nature des couches peuvent être variables. La prise en compte de ce couplage permet de simuler numériquement des thermogrammes expérimentaux pour des matériaux dans lesquels apparaît le rayonnement et pour lesquels des modélisations antérieures n'ont pu reproduire le comportement thermique. Ceci rend légitime une modélisation plus précise prenant en compte les deux autres dimensions d'espace du matériau qui sera alors discrétisé par un ensemble de voxels. Cette étude constitue donc une base à une modélisation pouvant prendre en compte la microstructure des matériaux étudiés en utilisant des images tomographiques de l'échantillon qu'elle reconstruira numériquement en un ensemble de voxels.

## Références

- [1] W. J. Parker, R. J. Jenkins, C. P. Butler, G. L. Abbott, Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity, *J. of appl. Phys.*, 32 (1961), 1679-1684.
- [2] M. Lazard, S. André, D. Maillet, Diffusivity measurement of semi-transparent media: model of coupled transient heat transfer and experiments on glass, silica glass and zinc selenide, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 47 (2004), 477-487.
- [3] F. R. de Hoog, J. H. Knight, A. N. Stokes, An improved method for numerical inversion of Laplace transforms, *SIAM journal of scientific and statistical computing*, 3 [3] (1982).
- [4] B. Hay, S. Barré, J-R. Filtz, M. Jurion, D. Rochais and P. Sollet, A new apparatus for measuring thermal diffusivity and specific heat of solid at very high temperature, *International Journal of Thermophysics*, 27 (2006), 1803-1815.
- [5] D. Baillis, M. Raynaud, J. F. Sacadura, Determination of spectral radiative properties of open cell foam: model validation, *Journal of thermophysics and heat transfer*, 14 [2] (2000), 137-143.