



**HAL**  
open science

# Séparation aveugle de source : de l'instantané au convolutif

Fangchen Feng

► **To cite this version:**

Fangchen Feng. Séparation aveugle de source : de l'instantané au convolutif. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Paris Saclay (COmUE), 2017. Français. NNT : 2017SACLS232 . tel-01760974v2

**HAL Id: tel-01760974**

**<https://theses.hal.science/tel-01760974v2>**

Submitted on 13 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Séparation aveugle de source : de l'instantané au convolutif

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay  
préparée à Université Paris-Sud

École doctorale n°580 Sciences et technologies de l'information et de  
la communication (STIC)

Discipline : Traitement du signal et des images

Thèse présentée et soutenue à Gif-sur-Yvette, le 29 septembre 2017, par

**Fangchen FENG**

Composition du Jury :

Laurent DAUDET Professeur des Universités, Université Paris-Diderot	Président
Laurent GIRIN Professeur des Universités, Grenoble-INP, Gipsa-Lab	Rapporteur
Emmanuel VINCENT Directeur de Recherche, Inria Nancy Grand-Est	Rapporteur
Roland BADEAU HdR, Télécom ParisTech, LTCI	Examineur
Alexandre GRAMFORT Chargé de Recherche, Inria, Université Paris-Saclay	Examineur
Matthieu KOWALSKI Maître de conférence, Université Paris-Sud	Directeur de thèse



Thèse préparée au  
**Laboratoire des Signaux et Systèmes**  
*UMR 8506 (Univ Paris-Sud, CNRS, Centralesupélec)*  
3 rue Joliot-Curie  
91192 Gif-sur-Yvette, France

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
1.1	Contexte général	10
1.2	Modèles directs	10
1.2.1	Mélanges instantanés	10
1.2.2	Mélanges convolutifs	12
1.3	Modèle avec du bruit vs modèle sans bruit	13
1.4	Prétraitements	13
1.4.1	Détermination du nombre de sources	13
1.4.2	Réduction de dimensions	14
1.4.3	Blanchiment	14
1.5	Évaluation des performances	14
1.6	Approche et présentation du manuscrit	15
1.6.1	Approche retenue	15
1.6.2	Structure du document	15
<b>2</b>	<b>Dictionnaires temps-fréquence, parcimonie et factorisation en matrice non-négative</b>	<b>17</b>
2.1	Analyse temps-fréquence : transformée de Gabor	18
2.1.1	La transformée continue	18
2.1.2	Transformée de Gabor discrète	18
2.1.3	Trame	20
2.2	Coefficients d'analyse vs coefficients de synthèse	20
2.3	Parcimonie	21
2.3.1	Représentation parcimonieuse	21
2.3.2	Interprétation statistique	22
2.4	Optimisation : descente proximale	22

2.4.1	ISTA (Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm) . . . . .	23
2.4.2	FISTA (Fast Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm) . . . . .	24
2.4.3	Algorithme PALM . . . . .	24
2.4.4	Algorithme BC-VMFB . . . . .	25
2.5	Factorisation en matrice non-négative . . . . .	26
<b>I</b>	<b>Mélanges instantanés</b>	<b>29</b>
<b>3</b>	<b>État de l’art : mélanges instantanés</b>	<b>31</b>
3.1	Mélanges déterminés sans bruit et les méthodes d’ICA . . . . .	32
3.1.1	ICA . . . . .	32
3.1.2	Prétraitement et contrainte d’orthogonalité . . . . .	33
3.1.3	Mesures d’indépendances . . . . .	34
3.1.4	ICA basé sur l’Infomax/maximum de vraisemblance . . . . .	34
3.1.5	ICA par poursuite de projections . . . . .	36
3.1.6	ICA dans le domaine transformé . . . . .	38
3.2	Parcimonie et séparation de mélanges surdéterminés : GMCA . . . . .	38
3.3	Parcimonie et séparation de mélanges sous-déterminés . . . . .	40
3.3.1	Parcimonie à l’analyse . . . . .	41
3.3.2	Parcimonie à la synthèse . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Sparse-ICA pour les mélanges instantanés</b>	<b>47</b>
4.1	Séparation de sources et parcimonie à la synthèse . . . . .	48
4.1.1	Difficultés . . . . .	48
4.1.2	Un algorithme convergent : BSS-PALM . . . . .	49
4.2	Une revisite de sparse-ICA . . . . .	50
4.2.1	ICA par Infomax/Maximum de vraisemblance . . . . .	52
4.2.2	ICA par poursuite de projection . . . . .	53
4.2.3	Vers une formulation générale de Sparse-ICA . . . . .	54
4.3	Algorithmes pour Sparse ICA . . . . .	54
4.3.1	Une modification simple de BSS-PALM . . . . .	55
4.3.2	Approche de type ADMM pour Sparse ICA . . . . .	58
4.3.3	Une version simplifiée de BSS-LPADMM . . . . .	60

4.4	Paramètres pratiques . . . . .	61
4.4.1	Nombre de sources . . . . .	61
4.4.2	Prétraitement de blanchiment . . . . .	62
4.5	Expériences . . . . .	63
4.5.1	Choix de l'hyper-paramètre $\lambda$ . . . . .	63
4.5.2	Robustesse au nombre de sources . . . . .	64
4.5.3	Séparation (sur)-déterminée . . . . .	65
4.5.4	Mélanges sous-déterminés . . . . .	67
4.5.5	Comparaison des temps de calculs . . . . .	71
4.6	Conclusion . . . . .	72
 <b>II Mélanges convolutifs</b>		<b>75</b>
 <b>5 État de l'art : les mélanges convolutifs</b>		<b>77</b>
5.1	Approximation "instantanée" en bande étroite . . . . .	78
5.1.1	Méthodes de séparation en deux étapes . . . . .	79
5.1.2	Méthode en une étape : NMF . . . . .	85
5.2	Approximation "convolutive" en bande étroite . . . . .	91
5.3	Modèle en bande large . . . . .	92
5.3.1	L'opération de mélange convolutif et ses opérateurs adjoints	92
5.3.2	Séparation de source non aveugle . . . . .	95
5.3.3	Estimation du système de mélange . . . . .	97
 <b>6 Séparation non aveugle des mélanges convolutifs sous-déterminés par seuillage structuré</b>		<b>99</b>
6.1	Modèle et formulation . . . . .	100
6.2	Windowed-Group-Lasso : un opérateur de seuillage structuré . . . .	100
6.3	Analyse en composantes morphologiques . . . . .	102
6.4	Expériences . . . . .	103
6.4.1	Configuration expérimentale . . . . .	103
6.4.2	Modèle monocouche . . . . .	104
6.4.3	Modèle hybride . . . . .	105
6.5	Conclusion . . . . .	108

<b>7</b>	<b>Séparation de source aveugle pour les mélanges convolutifs avec approximation convolutive en bande étroite</b>	<b>109</b>
7.1	Approximation "instantanée" en bande étroite . . . . .	110
7.1.1	Modèle en bande étroite . . . . .	110
7.1.2	Parcimonie et séparation de source . . . . .	111
7.1.3	Formulation du problème . . . . .	111
7.1.4	Algorithme . . . . .	112
7.2	Approximation "convolutive" en bande étroite . . . . .	114
7.2.1	Modèle . . . . .	114
7.2.2	Régularisation pour les noyaux de convolution . . . . .	115
7.2.3	Formulation et algorithme . . . . .	116
7.3	Expériences . . . . .	121
7.3.1	Méthodes de permutation . . . . .	121
7.3.2	Configuration expérimentale . . . . .	122
7.3.3	Choix des paramètres . . . . .	122
7.3.4	Mélanges convolutifs sous-déterminés sans bruit . . . . .	123
7.3.5	Mélanges convolutifs sous-déterminés avec du bruit . . . . .	126
7.3.6	Temps de calcul . . . . .	128
7.4	Conclusion . . . . .	129
<b>8</b>	<b>Séparation aveugle des mélanges convolutifs sous-déterminés : parcimonie et rang faible</b>	<b>131</b>
8.1	Modèle et hypothèses . . . . .	132
8.2	Méthode proposée . . . . .	132
8.2.1	NMF jointe . . . . .	133
8.2.2	Méthode de classification . . . . .	136
8.2.3	Reconstruction des sources . . . . .	137
8.2.4	Initialisation . . . . .	138
8.2.5	Discussions . . . . .	138
8.3	Expériences . . . . .	139
8.3.1	Configuration expérimentale . . . . .	139
8.3.2	Résultats de séparation pour un cas particulier . . . . .	140
8.3.3	Performance en fonction du temps de réverbération . . . . .	141

8.3.4	Performance en fonction de la distance entre microphones . .	142
8.3.5	Mélanges avec du bruit . . . . .	142
8.3.6	Module vs module au carré . . . . .	144
8.3.7	Temps de calcul . . . . .	145
8.4	Conclusion . . . . .	146
<b>9</b>	<b>Conclusions</b>	<b>147</b>
9.1	Contributions . . . . .	148
9.2	Perspectives . . . . .	148
9.2.1	Séparation basée sur la norme nucléaire . . . . .	148
9.2.2	Séparation non aveugle par "dépliage" de seuillage itératif .	149
9.2.3	Alignement de permutation avec l'approximation "convolu- tive" en bande étroite . . . . .	149
9.2.4	Parcimonie, NMF et information de phase . . . . .	149
9.3	Publications . . . . .	149



# 1

## Introduction

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Contexte général</b>	<b>10</b>
<b>1.2</b>	<b>Modèles directs</b>	<b>10</b>
1.2.1	Mélanges instantanés	10
1.2.2	Mélanges convolutifs	12
<b>1.3</b>	<b>Modèle avec du bruit vs modèle sans bruit</b>	<b>13</b>
<b>1.4</b>	<b>Prétraitements</b>	<b>13</b>
1.4.1	Détermination du nombre de sources	13
1.4.2	Réduction de dimensions	14
1.4.3	Blanchiment	14
<b>1.5</b>	<b>Évaluation des performances</b>	<b>14</b>
<b>1.6</b>	<b>Approche et présentation du manuscrit</b>	<b>15</b>
1.6.1	Approche retenue	15
1.6.2	Structure du document	15

---

# 1.1 Contexte général

---

Le problème de séparation de sources (BSS) a été formulé autour de 1982 par Bernard Ans, Jeanny Hérault et Christian Jutten [Hér, HJA85, AHJ85, HJD86], dans le cadre de la modélisation neurale. Il semble que le problème ait également été esquissé de manière indépendante dans le cadre des communications [BNCS82]. Depuis le milieu des années 90, le problème de séparation a été abordé par de nombreux chercheurs ayant des compétences dans différents domaines : traitement du signal, statistiques, réseaux de neurones, etc.

Le problème de séparation apparaît dans de nombreux systèmes multi-capteurs : des réseaux d'antennes en acoustique ou en électromagnétisme [MLS07], des réseaux d'électrodes dans l'électroencéphalographie [MBJ<sup>+</sup>96, Vig97], le traitement d'image hyperspectrale, le watermarking, le prétraitement pour la classification [CA02], etc.

## 1.2 Modèles directs

---

Le modèle direct décrit la modélisation choisie pour décrire le passage entre les sources originales et les mélanges observés. On se limitera ici aux mélanges linéaires invariants dans le temps. Les mélanges linéaires invariants dans le temps peuvent se modéliser à l'aide d'une opération de convolution. Cependant, on s'intéressera aussi au cas particulier des mélanges instantanés. L'estimation des sources à partir des observations, étant donné un modèle direct, est appelée problème inverse.

On abordera ici le problème de séparation de sources selon les deux catégories suivantes :

1. les mélanges instantanés,
2. les mélanges convolutifs.

### 1.2.1 Mélanges instantanés

La séparation de sources a été étudiée initialement pour les mélanges instantanés [HJA85]. Il a reçu une attention considérable pour ses applications potentielles dans le traitement de la parole [MLS07], bien que le modèle convolutif semble plus adapté à cette application [CJ10], le traitement biomédical et les communications numériques [AC98, MBO00]. Le modèle de mélange instantané peut être formulé comme suit :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t), \quad 1 \leq t \leq T, \quad (1.1)$$

où

- $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$  est le vecteur des  $N$  sources inconnues au temps  $t$ ,
- $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$  est le vecteur des  $M$  signaux observés au temps  $t$ ,

- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  est la matrice de mélange inconnue qui est supposée être de rang plein.

Ce modèle peut être réécrit en regroupant les échantillons sous forme matricielle comme suit :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S}, \tag{1.2}$$

avec

- $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$  la matrice regroupant les  $N$  sources de taille  $T$ ,
- $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  la les  $M$  observations de taille  $T$ ,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ .

Le problème peut être divisé en trois cas selon le nombre de sources  $N$  et le nombre de capteurs  $M$  :

1. surdéterminé si  $M > N$ ,
2. déterminé si  $M = N$ ,
3. sous-déterminé si  $M < N$ .

Le but général de la séparation de source est d'estimer la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et les sources originales  $\mathbf{S}$  à partir des mélanges  $\mathbf{X}$  (la figure 1.1 montre une illustration de séparation de sources). On distinguera deux types de mélanges, qu'on appellera :

- *non-aveugle*, lorsque le système de mélange  $\mathbf{A}$  est parfaitement connu. Par exemple, en magneto/electro-encéphalographie la matrice de gain peut-être modélisée de façon réaliste [GSH<sup>+</sup>13].
- *aveugle* dans les autres cas. Bien que dans certains cas, il serait parfois plus juste de parler de système "myopes", si par exemple seul le nombre de sources à estimer est connu.

Dans le cas sur-déterminé non-aveugle, les sources peuvent être estimées par pseudo-inverse de la matrice de mélange. Mais le cas sous-déterminé est déjà difficile dans le sens où le problème est alors mal posé (il n'y pas unicité de la solution).

Dans le cas aveugle (où l'on doit estimer la matrice de mélange et les sources) il existe plusieurs couples de solutions  $(\mathbf{A}, \mathbf{S})$ . Pour surmonter ce problème, des hypothèses supplémentaires doivent être ajoutées. Les hypothèses habituelles reposent sur la parcimonie [ZP01], l'indépendance [Com94], la non-négativité [Vir07a] et les statistiques de second ordre [BAMCM97].

Lors de l'estimation de la matrice de mélange et des sources, il existe une ambiguïté de permutation ainsi qu'une ambiguïté d'échelle. On peut voir dans le modèle de mélange (1.2) que si nous permutons deux colonnes de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et les deux lignes correspondantes de la matrice de sources  $\mathbf{S}$ , nous aurons toujours la même observation  $\mathbf{X}$ . De même, la multiplication d'une colonne de  $\mathbf{A}$  et la division d'une ligne de  $\mathbf{S}$  par une même constante ne changera pas les mélanges  $\mathbf{X}$ . Ceci montre que l'estimation à la fois de la matrice de mélange et des signaux sources n'est pas unique et on peut seulement les estimer à une permutation et un facteur d'échelle près.

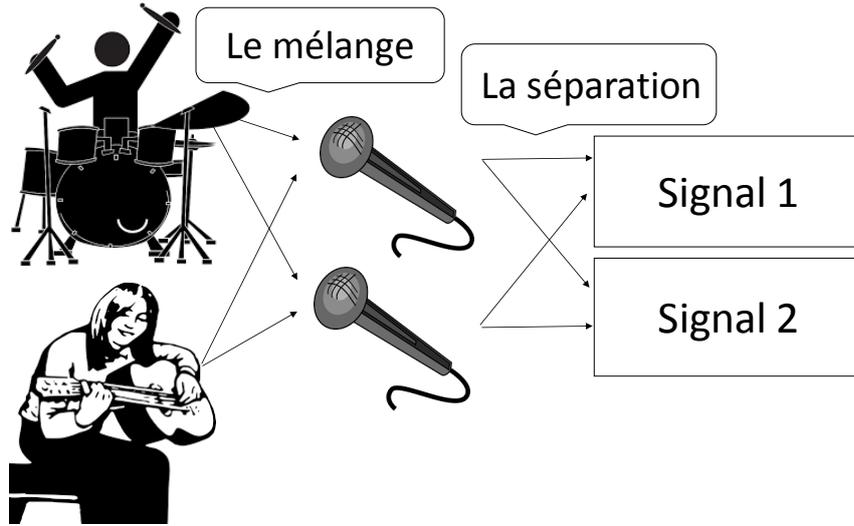


FIGURE 1.1 – Illustration d’un processus de séparation de deux sources à partir de deux observations.

## 1.2.2 Mélanges convolutifs

Le problème plus général de séparation de sources pour les mélanges convolutifs a été envisagé au début des années 1990 [Com90]. La différence entre le modèle convolutif et le modèle instantané est que les valeurs retardées des signaux de source contribuent à la sortie à un instant donné. Plus précisément, un signal d’observation  $\mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^T$  est décrit par un mélange :

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N s_{mn}^{\text{img}}(t), \quad (1.3)$$

où  $\mathbf{s}_{mn}^{\text{img}} \in \mathbb{R}^T$  est l’image de la source  $n$  au capteur  $m$  :

$$s_{mn}^{\text{img}}(t) = \sum_{l=1}^K a_{mn}(l) s_n(t-l), \quad (1.4)$$

où  $t$  représente le temps et  $\mathbf{a}_{mn} \in \mathbb{R}^K$  est la réponse impulsionnelle du système de mélange liant la source  $n$  au capteur  $m$ . Sous forme matricielle, le processus de mélange peut aussi être écrit comme :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \star \mathbf{S}, \quad (1.5)$$

où

- $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  est la matrice des observations,
- $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$  est la matrice des sources inconnues,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N \times K}$  est le système de mélange contenant les  $M \times N$  filtres de longueur  $K$ .
- l’opérateur  $\star$  est un opérateur linéaire de  $\mathbb{C}^{N \times T} \rightarrow \mathbb{C}^{M \times T}$  qui désigne le mélange convolutif tel que défini par (1.3).

Ce modèle est une généralisation de (1.2) et a déjà été utilisé dans les télécommunications [AMLM97], où les modèles de canaux incluent souvent la propagation multi-voies et le traitement audio [MLS07], où la réverbération est souvent considérée. Encore une fois, le cas non aveugle de ce modèle peut être trouvé dans certaines applications [KVG10, LGH17]. Cependant, le problème est toujours difficile, en particulier dans le cas sous-déterminé.

---

## 1.3 Modèle avec du bruit vs modèle sans bruit

---

La formulation pour les mélanges instantanés (1.2) peut être généralisée pour inclure le bruit additif  $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  qui peut également être considéré comme un terme d'erreur :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}. \quad (1.6)$$

Lorsque le niveau de bruit est élevé, cela rend la séparation plus difficile. Afin d'estimer la matrice de mélange et les sources, il faut aborder la séparation et le problème de débruitage en même temps. Dans le cas déterminé, l'identification de la matrice de mélange ne suffit pas.

Ce terme de bruit ou d'erreur peut également être ajouté à la formulation (1.5) :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \star \mathbf{S} + \mathbf{N}. \quad (1.7)$$

Le modèle ci-dessus est le plus général pour les mélanges linéaires invariants dans le temps.

---

## 1.4 Prétraitements

---

Avant le processus de séparation, certains prétraitements peuvent être nécessaires.

### 1.4.1 Détermination du nombre de sources

Dans le cadre aveugle, pour certaines applications, le nombre de sources peut être inconnu [AGB10]. Dans ce cas, la détermination du nombre de sources est une question importante. Pour les mélanges instantanés sans bruit surdéterminés, le nombre de sources peut être estimé à partir de la matrice de covariance des observations : le nombre de valeur propre non nulle de cette matrice de covariance est égal au nombre de sources. Cependant, dans d'autres cas, la détermination du nombre de sources n'est pas facile. Dans [YR04, AGB10], le nombre de sources est estimé avec le système de mélange. Les auteurs de [LCA04] ont développé un algorithme qui ne nécessite que la limite supérieure du nombre de sources (voir dans la section 3.3.1 pour plus de détails.).

## 1.4.2 Réduction de dimensions

Une technique de prétraitement commune pour les données multidimensionnelles consiste à réduire sa dimension, c'est-à-dire le nombre d'observations dans l'application de séparation de sources. Cela nous permet d'éliminer la redondance dans les observations, de sorte que le coût de calcul peut être allégé. Ce prétraitement présente de grands avantages, en particulier pour les mélanges instantanés sur-déterminés lorsque le nombre de sources est connu. Pour ce faire, l'analyse en composantes principales (PCA) est souvent utilisée. L'un des avantages de ce prétraitement est la réduction du bruit [HKO04].

## 1.4.3 Blanchiment

Outre la réduction de dimensions, la PCA peut également être utilisée pour effectuer le blanchiment comme un prétraitement. Ce prétraitement est particulièrement intéressant pour les mélanges instantanés car il réduit le nombre de variables à estimer dans la matrice de mélange [HKO04]. Un tel prétraitement pour les mélanges convolutifs est plus sophistiqué [TM17].

## 1.5 Évaluation des performances

---

L'évaluation des performances de séparation est une question importante car elle permet d'évaluer un algorithme ou de comparer plusieurs algorithmes entre eux. En pratique, les méthodes d'évaluation diffèrent selon les applications [DPO<sup>+</sup>12]. Cependant, pour les mélanges synthétiques, pour lesquels les sources d'origine sont disponibles, nous utilisons les méthodes d'évaluation proposées dans [VSB<sup>+</sup>07]. Nous notons l'image de source estimée sous forme de vecteur  $\hat{\mathbf{s}}_{mn}^{\text{img}} = [s_{mn}^{\text{img}}(1), s_{mn}^{\text{img}}(2), \dots, s_{mn}^{\text{img}}(T)]^T$ , alors le vecteur  $\hat{\mathbf{s}}_{mn}^{\text{img}}$  est décomposée comme :

$$\hat{\mathbf{s}}_{mn}^{\text{img}} = \mathbf{s}_{mn}^{\text{obj}} + \mathbf{e}_{mn}^{\text{spat}} + \mathbf{e}_{mn}^{\text{int}} + \mathbf{e}_{mn}^{\text{art}}, \quad (1.8)$$

où  $\mathbf{s}_{mn}^{\text{obj}}$  est une version modifiée de la source d'origine  $\mathbf{s}_{mn}^{\text{img}}$  par une distorsion autorisée.  $\mathbf{e}_{mn}^{\text{spat}}$ ,  $\mathbf{e}_{mn}^{\text{int}}$  et  $\mathbf{e}_{mn}^{\text{art}}$  sont respectivement les termes d'erreur de distorsion spatiale, d'interférences et d'artefacts. Ces quatre termes représentent la partie de  $\hat{\mathbf{s}}_{mn}^{\text{img}}$  perçue comme provenant de la source recherchée  $\mathbf{s}_{mn}^{\text{img}}$ , de la distorsion par filtrage, d'autres sources indésirables et d'autres artefacts.

À partir de la décomposition (1.8) de  $\hat{\mathbf{s}}_{mn}^{\text{img}}$ , les critères de performance numériques sont définis en calculant les rapports d'énergie exprimés en décibels (dB) pour chaque source  $n$  :

- Le rapport source / distorsion :

$$\text{SDR}_n := 10 \log_{10} \frac{\sum_m \|\mathbf{s}_{mn}^{\text{obj}}\|^2}{\sum_m \|\mathbf{e}_{mn}^{\text{spat}} + \mathbf{e}_{mn}^{\text{int}} + \mathbf{e}_{mn}^{\text{art}}\|^2}. \quad (1.9)$$

- Le rapport source / interférence :

$$\text{SIR}_n := 10 \log_{10} \frac{\sum_m \|\mathbf{s}_{mn}^{\text{obj}} + \mathbf{e}_{mn}^{\text{spat}}\|^2}{\sum_m \|\mathbf{e}_{mn}^{\text{int}}\|^2}. \quad (1.10)$$

— Le rapport image de source / distorsion spatiale :

$$\text{ISR}_n := 10 \log_{10} \frac{\sum_m \|\mathbf{s}_{mn}^{\text{obj}}\|^2}{\sum_m \|\mathbf{e}_{mn}^{\text{spat}}\|^2}. \quad (1.11)$$

— Le rapport source / artefact :

$$\text{SAR}_n := 10 \log_{10} \frac{\sum_m \|\mathbf{s}_{mn}^{\text{obj}} + \mathbf{e}_{mn}^{\text{spat}} + \mathbf{e}_{mn}^{\text{int}}\|^2}{\sum_m \|\mathbf{e}_{mn}^{\text{art}}\|^2}. \quad (1.12)$$

Pour les mélanges instantanés, comme l’image de la source est seulement une version pondérée de la source originale :

$$\mathbf{s}_{mn}^{\text{img}} = a_{mn} \mathbf{s}_n.$$

Dans cette thèse, nous nous concentrons sur le SDR et le SIR pour les mélanges instantanés pour des raisons de simplicité, même si le SAR est important pour illustrer le niveau de l’artefact dans les estimations.

## 1.6 Approche et présentation du manuscrit

---

### 1.6.1 Approche retenue

Dans cette thèse, nous abordons les mélanges instantanés et les mélanges convolutifs séparément.

Dans la première partie, nous étudions spécifiquement deux approches pour les mélanges instantanés : l’analyse en composantes indépendantes et l’analyse en composantes parcimonieuses. Nous montrons que les deux approches peuvent être formulées comme un problème d’optimisation à l’aide des décompositions parcimonieuses dans un dictionnaire temps-fréquence. Sur cette base, nous proposons un nouveau cadre d’optimisation et abordons le problème de séparation de sources avec des techniques d’optimisation.

Dans la deuxième partie, nous nous concentrons sur les mélanges convolutifs. Nous avons profité des outils développés précédemment pour les mélanges instantanés, ainsi que les décompositions morphologiques et la parcimonie structurée pour obtenir une meilleure performance de séparation. Nous avons également étudié les méthodes de factorisation en matrices non-négatives (NMF) pour les mélanges des signaux de musique et développé de nouveaux algorithmes combinant la NMF et l’hypothèse de parcimonie.

### 1.6.2 Structure du document

Ce manuscrit est organisé comme suit.

— Le chapitre 2 présente les outils temps-fréquence, la notion de parcimonie et la méthode de factorisation en matrices non négatives (NMF) qui seront essentiels pour les approches présentées dans cette thèse.

La première partie consacrée aux mélanges instantanés est composée des deux chapitres suivants.

- Le chapitre 3 présente les méthodes de l'état de l'art pour les mélanges instantanés qui seront les fondements des méthodes présentées dans la suite.
- Le chapitre 4 présente les liens entre l'analyse en composantes indépendantes et l'analyse en composantes parcimonieuses. Ces deux approches sont unifiées dans un cadre d'optimisation pour la séparation de sources des mélanges instantanés.

Dans la deuxième partie, les mélanges convolutifs sont abordés. Quatre chapitres y sont consacrés.

- Le chapitre 5 présente l'état de l'art pour les mélanges convolutifs.
- Le chapitre 6 présente une étude essentiellement expérimentale pour exploiter la structure en "couches morphologiques" ou "modèle hybride" dans le cadre de la séparation non aveugle.
- Le chapitre 7 revisite le cadre proposé au chapitre 4 et propose de nouveaux algorithmes pour les mélanges convolutifs basés sur l'optimisation.
- Le chapitre 8 combine les méthodes NMF avec l'hypothèse de parcimonie et présente de nouvelles approches pour les mélanges convolutifs avec des signaux musicaux.

Enfin, le chapitre 9 conclut la thèse et apporte des perspectives de recherche.

# 2

## Dictionnaires temps-fréquence, parcimonie et factorisation en matrice non-négative

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Analyse temps-fréquence : transformée de Gabor . . . .</b>	<b>18</b>
2.1.1	La transformée continue . . . . .	18
2.1.2	Transformée de Gabor discrète . . . . .	18
2.1.3	Trame . . . . .	20
<b>2.2</b>	<b>Coefficients d'analyse vs coefficients de synthèse . . . .</b>	<b>20</b>
<b>2.3</b>	<b>Parcimonie . . . . .</b>	<b>21</b>
2.3.1	Représentation parcimonieuse . . . . .	21
2.3.2	Interprétation statistique . . . . .	22
<b>2.4</b>	<b>Optimisation : descente proximale . . . . .</b>	<b>22</b>
2.4.1	ISTA (Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm) . . . . .	23
2.4.2	FISTA (Fast Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm) . . . . .	24
2.4.3	Algorithme PALM . . . . .	24
2.4.4	Algorithme BC-VMFB . . . . .	25
<b>2.5</b>	<b>Factorisation en matrice non-négative . . . . .</b>	<b>26</b>

---

Dans cette section, nous introduisons les méthodes de décompositions dans les dictionnaires temps-fréquence, l'analyse en composantes parcimonieuses. Nous présentons ensuite deux algorithmes d'optimisation particuliers qui permettront d'aborder les mélanges aveugles. Enfin nous présentons la factorisation en matrice non-négative.

## 2.1 Analyse temps-fréquence : transformée de Gabor

---

Compte tenu d'un signal observé sur un intervalle de temps, sa transformée de Fourier classique estime le contenu en fréquence mais "perd" l'information temporelle. Pour analyser l'évolution du spectre avec le temps, les transformées de Fourier à court terme (STFT-Short Time Fourier Transform) forment une classe importante de décomposition temps-fréquence locale [Mal99].

### 2.1.1 La transformée continue

En 1946, Gabor [Gab46] a introduit des atomes de Fourier fenêtrés pour mesurer les "variances en fréquence" des sons. Une fenêtre réelle et symétrique  $\varphi(t) = \varphi(-t)$  est décalée par  $u$  et modulée par la fréquence  $\xi$  :

$$\varphi_{u,\xi}(t) = e^{i2\pi\xi t} \varphi(t - u), \quad (2.1)$$

puis normalisée de sorte que  $\|\varphi_{u,\xi}\| = 1$  pour tous les  $(u, \xi) \in \mathbb{R}^2$ . La transformée de Fourier à fenêtre obtenue pour un signal  $x \in \mathbf{L}^2(\mathbb{R})$  est alors :

$$Sx(u, \xi) = \langle x, \varphi_{u,\xi} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \varphi(t - u) e^{-i2\pi\xi t} dt. \quad (2.2)$$

Cette transformation est également appelée transformée de Fourier à court terme (STFT) car la multiplication par  $\varphi(t - u)$  localise l'intégrale de Fourier dans le voisinage de  $t = u$ .

On peut alors définir une densité d'énergie appelée spectrogramme comme suit :

$$P_s x(u, \xi) = |Sx(u, \xi)|^2. \quad (2.3)$$

La transformée de Gabor est à l'origine définie comme la STFT lorsque la fenêtre  $\varphi(t)$  est gaussienne. Suivant [BDKT13], on emploiera ici le terme "transformée de Gabor" pour la version discrétisée de la STFT, avec un sous-échantillonnage en temps et en fréquence.

### 2.1.2 Transformée de Gabor discrète

Nous considérons une fenêtre réelle symétrique discrète  $\varphi[t]$ ,  $t = 0, 1, \dots, T-1$ , de longueur  $T$ , le dictionnaire de Gabor peut être construit par les fenêtres décalées

et modulées suivantes :

$$\varphi_{\tau,f}[t] = \varphi[t - \tau T/L_T] \exp\left(\frac{2\pi i f(t - \tau T/L_T)}{L_F}\right), \quad (2.4)$$

où  $L_F$  est le nombre de bandes fréquentielles,  $L_T$  est le nombre de trames temporelles.  $\tau = 0, 1, \dots, L_T - 1$  et  $f = 0, 1, \dots, L_F - 1$  sont respectivement les indices temporel et fréquentiel. Chaque atome donc peut être représenté par un vecteur  $\varphi_{\tau,f} \in \mathbb{C}^T$ . Le dictionnaire matriciel de Gabor  $\Phi \in \mathbb{C}^{T \times K}$  peut être ensuite obtenu en concaténant les  $\varphi_{\tau,f}$  sous formes suivantes :

$$\Phi = [\varphi_{0,0}, \varphi_{1,0}, \dots, \varphi_{L_T-1,0}, \varphi_{0,1}, \varphi_{1,1}, \dots, \varphi_{L_T-1,1}, \dots, \varphi_{0,L_F-1}, \varphi_{1,L_F-1}, \dots, \varphi_{L_T-1,L_F-1}], \quad (2.5)$$

où  $K = L_T \times L_F$  est le nombre d'atomes du dictionnaire, chaque  $\varphi_{\tau,f}$  représentant une colonne de la matrice  $\Phi$ .

Étant donné un signal discret  $x[t], t = 0, 1, \dots, T-1$ , sa transformée de Gabor discrète peut être alors représentée par :

$$\tilde{x}[\tau, f] = \langle x, \varphi_{\tau,f} \rangle = \sum_{t=0}^{T-1} x[t] \varphi[t - \tau T/L_T] \exp\left(-\frac{2\pi i f(t - \tau T/L_T)}{L_F}\right), \quad (2.6)$$

soit sous forme matricielle :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \Phi^H \mathbf{x}, \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^T$  et  $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^K$  sont respectivement le signal et sa transformée de Gabor discrète.

Étant donné les coefficients de Gabor  $\tilde{x}[\tau, f]$ , si la matrice  $\Phi$  admet une inverse à gauche, la transformée de Gabor inverse est donnée par :

$$x[t] = \sum_{\tau=0}^{L_T-1} \sum_{f=0}^{L_F-1} \tilde{x}[\tau, f] \tilde{\varphi}[t - \tau T/L_T] \exp\left(\frac{2\pi i f(t - \tau T/L_T)}{L_F}\right), \quad (2.8)$$

où  $\tilde{\varphi}[t]$  est la fenêtre de synthèse qui est la fenêtre duale de  $\varphi[t]$  (voir dans [Mal99] pour plus de détails). De même, si on dénote :

$$\tilde{\varphi}_{\tau,f}[t] = \tilde{\varphi}[t - \tau T/L_T] \exp\left(-\frac{2\pi i f(t - \tau T/L_T)}{L_F}\right), \quad (2.9)$$

et par  $\tilde{\varphi}_{\tau,f} \in \mathbb{C}^T$  le vecteur correspondant, on peut réécrire la transformée de Gabor inverse sous la forme matricielle :

$$\mathbf{x} = \tilde{\Phi}^H \tilde{\mathbf{x}}, \quad (2.10)$$

avec  $\tilde{\Phi} \in \mathbb{C}^{K \times T}$  l'opérateur de synthèse construit comme :

$$\tilde{\Phi} = [\tilde{\varphi}_{0,0}, \tilde{\varphi}_{1,0}, \dots, \tilde{\varphi}_{L_T-1,0}, \tilde{\varphi}_{0,1}, \tilde{\varphi}_{1,1}, \dots, \tilde{\varphi}_{L_T-1,1}, \dots, \tilde{\varphi}_{0,L_F-1}, \tilde{\varphi}_{1,L_F-1}, \dots, \tilde{\varphi}_{L_T-1,L_F-1}]^H. \quad (2.11)$$

et qui correspond à l'inverse à gauche canonique de la matrice  $\Phi$ .

### 2.1.3 Trame

Si le plan temps-fréquence est "suffisamment échantillonné", de sorte que la matrice  $\Phi$  admette une inverse à gauche, la famille  $\varphi_{\tau,f}$  est une trame de  $\mathbb{C}^T$ , c'est-à-dire que l'on peut reconstruire tout signal  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^T$  à partir de ses coefficients de Gabor  $\Phi^H \mathbf{x}$  [Mal99]. Plus précisément, il existe deux constantes  $A, B > 0$  telles que :

$$A\|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\Phi^H \mathbf{x}\|_2^2 \leq B\|\mathbf{x}\|_2^2. \quad (2.12)$$

Lorsque  $A = B$ , la trame est dite *ajustée*. Lorsque les vecteurs  $\varphi_{\tau,f}$  sont de plus normalisés, la trame est orthogonale si et seulement si  $A = B = 1$ . Cependant, le théorème de Balian-Low affirme qu'il est impossible de construire une trame de Gabor qui est une base orthogonale ( $K = T$ ) [Mal99]. Par conséquent, si une transformée de Gabor est une trame, alors elle est redondante (ou surcomplète) et il existe une infinité de façons de reconstruire un signal à partir d'une famille d'atomes de Gabor donnée.

Si une trame ajustée préserve l'énergie (i.e.  $A = B = 1$ ), qu'on appelle *trame de Parseval*, on a alors  $\tilde{\Phi} = \Phi^H$  et on peut simplement reconstruire un signal à partir de ses coefficients par :

$$\mathbf{x} = \Phi \Phi^H \mathbf{x}, \quad (2.13)$$

en particulier

$$\Phi \Phi^H = \mathbf{I}, \quad (2.14)$$

qui est la matrice identité. Dans cette thèse, les dictionnaires considérés sont des trames de Parseval.

## 2.2 Coefficients d'analyse vs coefficients de synthèse

---

Soit un signal  $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^T$  et un dictionnaire redondant  $\Phi \in \mathbb{C}^{T \times K}$ , les coefficients obtenus par la transformée :

$$\tilde{\mathbf{s}} = \Phi^H \mathbf{s} \quad (2.15)$$

sont appelés *coefficient d'analyse*. Par la suite, nous adopterons la notation  $\tilde{\cdot}$  pour parler des coefficients d'analyse d'un signal.

Si nous supposons de plus que le dictionnaire  $\Phi$  est une trame de Parseval, alors le signal peut être reconstruit à partir de ses coefficients d'analyse :

$$\Phi \tilde{\mathbf{s}} = \Phi \Phi^H \mathbf{s} = \mathbf{s}. \quad (2.16)$$

Comme le dictionnaire est redondant, une telle reconstruction n'est pas unique. Cela signifie qu'il existe une infinité de coefficients  $\boldsymbol{\alpha}$  qui satisfont :

$$\mathbf{s} = \Phi \boldsymbol{\alpha}. \quad (2.17)$$

Ces coefficients s'appellent *coefficients de synthèse*. Par la suite, nous adopteront la lettre grecque  $\boldsymbol{\alpha}$  pour désigner les coefficients de synthèse d'un signal  $\mathbf{s}$ . Il est important de noter que si le dictionnaire  $\Phi$  est orthogonal, les coefficients d'analyse  $\tilde{\mathbf{s}}$  et les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  sont égaux.

## 2.3 Parcimonie

La parcimonie signifie que, dans un vecteur ou une matrice, seuls quelques éléments sont non nuls. Popularisée en traitement du signal par [CDS01], la notion de parcimonie est largement utilisée dans le traitement du signal et de l'image [Ela10]. En particulier, il apparaît dans [ZP01] pour le problème de séparation de sources aveugle. Cette hypothèse est exploitée par "l'analyse en composantes parcimonieuses" (SCA – Sparse Components Analysis).

### 2.3.1 Représentation parcimonieuse

Pour la résolution de problèmes inverses, et donc en particulier pour la séparation de sources, on peut utiliser le point de vue "synthèse" de la parcimonie. Cela consiste à trouver le vecteur de coefficients temps-fréquence le plus parcimonieux permettant de reconstruire (ou approcher) le ou les signaux recherchés.

La norme  $\ell_0$  qui compte le nombre d'éléments non nuls dans un vecteur peut être utilisée pour cette tâche. Pour un signal  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^T$  et un dictionnaire  $\Phi \in \mathbb{C}^{T \times K}$  donné, on cherche

$$\begin{cases} \min_{\alpha \in \mathbb{C}^K} \|\alpha\|_0 \\ \text{s.c. } \mathbf{x} = \Phi\alpha. \end{cases} \quad (2.18)$$

Cependant, il s'agit d'un problème d'optimisation combinatoire donc NP-difficile [BSFM07]. Pour surmonter cette difficulté, les auteurs de [CDS01] ont proposé de convexifier la contrainte en remplaçant la norme  $\ell_0$  par la norme  $\ell_1$  :

$$\begin{cases} \min_{\alpha \in \mathbb{C}^K} \|\alpha\|_1 \\ \text{s.c. } \mathbf{x} = \Phi\alpha. \end{cases} \quad (2.19)$$

Ce problème est connu comme la poursuite de base (Basis Pursuit) [CDS01] dans la communauté de traitement du signal. Plusieurs recherches se sont concentrées sur les conditions d'équivalence entre ces deux problèmes [GN03, EB02, Fuc04].

La contrainte de reconstruction exacte dans (2.19)  $\mathbf{x} = \Phi\alpha$  est souvent relaxée, afin de prendre en compte le terme de bruit additif, à l'aide d'une pénalité quadratique :

$$Q(\alpha) = \|\mathbf{x} - \Phi\alpha\|_2^2. \quad (2.20)$$

Ce problème peut être formulé comme suit :

$$\begin{cases} \min_{\alpha \in \mathbb{C}^K} \|\alpha\|_1 \\ \text{s.c. } \|\mathbf{x} - \Phi\alpha\|_2^2 \leq \epsilon, \end{cases} \quad (2.21)$$

où  $\epsilon$  est une tolérance d'erreur. Sa forme lagrangienne est aussi souvent considérée :

$$\min_{\alpha \in \mathbb{C}^K} \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \Phi\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1, \quad (2.22)$$

où le paramètre  $\lambda$  est lié à la tolérance d'erreur  $\epsilon$  dans (2.21) et il peut être considéré comme un équilibre entre le terme d'erreur  $\|\mathbf{x} - \Phi\alpha\|_2^2$  et le terme de parcimonie

$\|\boldsymbol{\alpha}\|_1$ . Ce problème est connu sous les noms de Basis Pursuit Denoising [CDS01] ou LASSO [Tib96].

### 2.3.2 Interprétation statistique

En termes statistiques, on dit qu'un vecteur  $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^T$  a une distribution parcimonieuse si son histogramme a un fort pic à l'origine avec une queue lourde. Un modèle fréquemment employé est la famille de distribution gaussienne généralisée [Vin07, ZP01]

$$p_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) \propto \exp(-\theta\|\mathbf{c}\|^\gamma), \quad (2.23)$$

où  $\gamma$  est le paramètre qui contrôle le niveau de parcimonie.

Soit le problème de représentation parcimonieuse (2.22) avec la distribution (2.23) comme information a priori pour le coefficient  $\boldsymbol{\alpha}$ . De plus, nous supposons que l'erreur de reconstruction  $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \Phi\boldsymbol{\alpha}$  suit une distribution gaussienne de moyenne nulle et de variance  $\sigma_b^2$ . Alors, selon l'inférence bayésienne, la distribution a posteriori de  $\boldsymbol{\alpha}$  est :

$$p_p(\boldsymbol{\alpha}) \propto \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \Phi\boldsymbol{\alpha}\|_2^2}{2\sigma_b^2} - \theta\|\boldsymbol{\alpha}\|^\gamma\right). \quad (2.24)$$

L'estimateur du maximum a posteriori (MAP) de (2.24) donne :

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{MAP}} = \underset{\boldsymbol{\alpha}}{\operatorname{argmin}} -\log p_p(\boldsymbol{\alpha}) = \underset{\boldsymbol{\alpha}}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2\sigma_b^2}\|\mathbf{x} - \Phi\boldsymbol{\alpha}\|_2^2 + \theta\|\boldsymbol{\alpha}\|^\gamma. \quad (2.25)$$

Prenons  $\gamma = 1$ , alors (2.25) revient à (2.22) avec  $\lambda = \sigma_b^2\theta$ .

## 2.4 Optimisation : descente proximale

---

Le problème d'optimisation (2.22) n'est pas différentiable en raison du terme  $\|\boldsymbol{\alpha}\|_1$ . On choisit ici d'utiliser la méthode de descente proximale. Pour présenter cette méthode, nous définissons d'abord l'opérateur proximal [CP11].

**Définition 1.** Soit  $\varphi$  une fonction semi-continue inférieurement. Pour un vecteur  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^T$  donné, l'opérateur proximal associé à la fonction  $\varphi$  est donné par :

$$\operatorname{prox}_\varphi(\mathbf{y}) = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^T}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2}\|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|_2^2 + \varphi(\mathbf{x}). \quad (2.26)$$

En particulier, lorsque  $\varphi(\mathbf{x}) = \lambda\|\mathbf{x}\|_1$ , l'opérateur proximal devient l'opérateur de seuillage doux noté  $\mathcal{S}_\lambda$  :

$$\operatorname{prox}_{\lambda\|\mathbf{x}\|_1}(\mathbf{y}) = \mathcal{S}_\lambda(\mathbf{y}). \quad (2.27)$$

$\mathcal{S}_\lambda$  est donné coordonnée par coordonnée :

$$\forall k, \mathcal{S}_\lambda(y_k) = \frac{y_k}{|y_k|} (|y_k| - \lambda)^+, \quad (2.28)$$

avec  $(x)^+ = \max(0, x)$ .

### 2.4.1 ISTA (Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm)

Nous réécrivons la fonction d'intérêt (2.22) comme suit :

$$\operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}) + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1, \quad (2.29)$$

où  $Q(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \Phi \boldsymbol{\alpha}\|_2^2$ .

Avec l'opérateur proximal précédemment défini, l'optimisation non différentiable (2.22) peut être abordée par un algorithme de seuillage itératif. Il existe plusieurs façons de développer cet algorithme (voir dans [CP11, Wei08] pour plus de détails), nous montrons ici l'approche Majoration-Minimisation (MM) [HL04, JF07]. Nous définissons d'abord la fonction majorant tangent.

**Définition 2.** La fonction  $\mathbf{x} \mapsto \mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est majorant tangent pour  $Q$  au point  $\mathbf{y}$  si

$$\begin{cases} \forall \mathbf{x} & \mathcal{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq Q(\mathbf{x}) \\ & \mathcal{M}(\mathbf{y}, \mathbf{y}) = Q(\mathbf{y}). \end{cases} \quad (2.30)$$

Dans les algorithmes de Majoration-Minimisation, la minimisation d'une fonction  $Q$  est obtenue en effectuant une minimisation successive de la fonction majorante tangente pour  $Q$  [CIM11]. Alors le problème d'optimisation initial (2.22) est remplacé par une séquence de sous-problèmes correspondants à la règle de mise à jour MM :

$$\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\alpha}} \mathcal{M}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}). \quad (2.31)$$

où  $j$  est l'itération courante.

Pour le problème du LASSO (2.29), on peut choisir  $\mathcal{M}$  sous la forme quadratique suivante :

$$\mathcal{M}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}) = Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}) + \langle \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}), \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^{(j)} \rangle + \frac{\gamma}{2} \|\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^{(j)}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1. \quad (2.32)$$

La fonction  $\mathcal{M}$  ci-dessus satisfait aux conditions (2.30) pour tout  $\gamma \geq L$  où  $L$  est la constante de Lipschitz de  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha})$ . On peut alors écrire la minimization (2.31) à l'aide de l'opérateur de seuillage doux (2.27) :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} &= \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\alpha}} \langle \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}), \boldsymbol{\alpha} \rangle + \frac{\gamma}{2} \|\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^{(j)}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \\ &= \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \left\| \boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)})}{\gamma} - \boldsymbol{\alpha} \right\|_2^2 + \frac{\lambda}{\gamma} \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \\ &= \mathcal{S}_{\lambda/\gamma} \left( \boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)})}{\gamma} \right). \end{aligned} \quad (2.33)$$

avec  $\nabla Q(\boldsymbol{\alpha}) = -\Phi^H (\mathbf{x} - \Phi \boldsymbol{\alpha})$  pour la pénalité quadratique.

Cet algorithme est aussi appelé Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm (ISTA) [DDDM04] et nous le présentons dans l'algorithme 1, avec le choix particulier  $\gamma = L$ . Le taux de convergence d'ISTA est  $\mathcal{O}(\frac{1}{j})$  où  $j$  est le nombre d'itérations.

### 2.4.3 - Algorithmme PALM

---

#### Algorithmme 1 : ISTA

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^K$ ,  $j = 1$  ;  
**repeat**  
     $\nabla Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}) = -\Phi^H (\mathbf{x} - \Phi \boldsymbol{\alpha}^{(j)})$  ;  
     $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L} \left( \boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{\nabla Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)})}{L} \right)$  ;  
     $j = j + 1$  ;  
**until** *convergence* ;

---

### 2.4.2 FISTA (Fast Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm)

Les auteurs de [BT09] donne une version accéléré de l'algorithme ISTA : FISTA (Fast Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm) qui a un taux de convergence de  $\mathcal{O}(\frac{1}{j^2})$ . Nous donnons ici la version étudiée dans [CD15], plus simple, avec des garanties de convergence sur les itérés (les  $\boldsymbol{\alpha}^{(j)}$ ) au lieu de l'image des itérés (les  $Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}) + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}^{(j)}\|_1$ ).

---

#### Algorithmme 2 : FISTA

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^K$ ,  $\mathbf{z}^{(1)} \in \mathbb{C}^K$ ,  $j = 1$  ;  
**repeat**  
     $\nabla Q(\mathbf{z}^{(j)}) = -\Phi^H (\mathbf{x} - \Phi \mathbf{z}^{(j)})$  ;  
     $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L} \left( \mathbf{z}^{(j)} - \frac{\nabla Q(\mathbf{z}^{(j)})}{L} \right)$  ;  
     $\mathbf{z}^{(j+1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} + \frac{j}{j+4} (\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} - \boldsymbol{\alpha}^{(j)})$  ;  
     $j = j + 1$  ;  
**until** *convergence* ;

---

### 2.4.3 Algorithmme PALM

Dans cette sous-section, nous présentons l'algorithme PALM qui sera utile dans différentes parties de cette thèse. PALM (Proximal Alternating Linearized Method) [BST13] est conçu pour résoudre le problème d'optimisation non convexe suivant :

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} F(\mathbf{x}) + Q(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + G(\mathbf{y}), \quad (2.34)$$

où  $F(\mathbf{x})$  et  $G(\mathbf{y})$  sont des fonctions semi-continues inférieurement,  $Q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est une fonction lisse avec un gradient Lipschitz sur n'importe quel ensemble borné. La méthode proximale proposée dans [BST13] met à jour l'estimation de  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  via :

$$\mathbf{x}^{(j+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x}) + \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}, \nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{y}^{(j)}) \rangle + \frac{t^{1,(j)}}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}\|_2^2, \quad (2.35)$$

$$\mathbf{y}^{(j+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{y}} G(\mathbf{y}) + \langle \mathbf{y} - \mathbf{y}^{(j)}, \nabla_{\mathbf{y}} Q(\mathbf{x}^{(j+1)}, \mathbf{y}^{(j)}) \rangle + \frac{t^{2,(j)}}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{y}^{(j)}\|_2^2, \quad (2.36)$$

où  $t^{1,(j)}$  et  $t^{2,(j)}$  sont deux paramètres de pas.

Avec l'opérateur proximal défini dans (2.26), l'étape de minimisation (2.35) peut être écrite comme suit (c.f. [BST13]) :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}^{(j+1)} &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x}) + \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}, \nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{y}^{(j)}) \rangle + \frac{t^{1,(j)}}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}\|_2^2 \\
 &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x}) + \langle \mathbf{x}, \nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{y}^{(j)}) \rangle + \frac{t^{1,(j)}}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}\|_2^2 \\
 &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x}) + \frac{t^{1,(j)}}{2} \left\| \mathbf{x} - \left( \mathbf{x}^{(j)} - \frac{1}{t^{1,(j)}} \nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{y}^{(j)}) \right) \right\|_2^2 \\
 &= \operatorname{prox}_{F/t^{1,(j)}} \left( \mathbf{x}^{(j)} - \frac{1}{t^{1,(j)}} \nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{y}^{(j)}) \right),
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

et (2.36) peut être écrite comme :

$$\mathbf{y}^{(j+1)} = \operatorname{prox}_{G/t^{2,(j)}} \left( \mathbf{y}^{(j)} - \frac{1}{t^{2,(j)}} \nabla_{\mathbf{y}} Q(\mathbf{x}^{(j+1)}, \mathbf{y}^{(j)}) \right). \tag{2.38}$$

Il est montré dans [BST13] que la séquence générée par les règles de mise à jour (2.37) et (2.38) converge vers un point critique de (2.34).

#### 2.4.4 Algorithme BC-VMFB

Pour le problème d'optimisation général (2.34), BC-VMFB (block-coordinate variable metric forward backward) traite le problème (2.34) en utilisant les règles de mise à jour suivantes :

$$\mathbf{x}^{(j+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x}) + \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}, \nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{y}^{(j)}) \rangle + \frac{t^{1,(j)}}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}\|_{\mathbf{U}^{2,(j)}}^2, \tag{2.39}$$

$$\mathbf{y}^{(j+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{y}} G(\mathbf{y}) + \langle \mathbf{y} - \mathbf{y}^{(j)}, \nabla_{\mathbf{y}} Q(\mathbf{x}^{(j+1)}, \mathbf{y}^{(j)}) \rangle + \frac{t^{2,(j)}}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{y}^{(j)}\|_{\mathbf{U}^{2,j}}^2, \tag{2.40}$$

où  $\mathbf{U}^{1,(j)}$  et  $\mathbf{U}^{2,(j)}$  sont des matrices définies positives. Ainsi,  $\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{U}}^2$  est la norme pondérée :

$$\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{U}}^2 = \langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \mathbf{U} \rangle. \tag{2.41}$$

Avec cette norme pondérée, l'opérateur proximal peut ensuite être généralisé comme suit :

$$\operatorname{prox}_{\mathbf{U},\psi} := \operatorname{argmin}_{\mathbf{y}} \psi(\mathbf{y}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|_{\mathbf{U}}^2, \tag{2.42}$$

et (2.39) et (2.40) peuvent alors être réécrits comme :

$$\mathbf{x}^{(j+1)} = \operatorname{prox}_{\mathbf{U}^{1,(j)}, F/t^{1,(j)}} \left( \mathbf{x}^{(j)} - \frac{1}{t^{1,(j)}} \nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{y}^{(j)}) \mathbf{U}^{1,(j)-1} \right), \tag{2.43}$$

$$\mathbf{y}^{(j+1)} = \operatorname{prox}_{\mathbf{U}^{2,(j)}, G/t^{2,(j)}} \left( \mathbf{y}^{(j)} - \frac{1}{t^{2,(j)}} \nabla_{\mathbf{y}} Q(\mathbf{x}^{(j+1)}, \mathbf{y}^{(j)}) \mathbf{U}^{2,(j)-1} \right), \tag{2.44}$$

Il est montré dans [CPR16] que la séquence générée par (2.43) et (2.44) converge vers un point critique de (2.34). L'algorithme BC-VMFB est une généralisation de PALM : lorsque  $\mathbf{U}^{1,(j)} = \mathbf{U}^{2,(j)} = \mathbf{I}$ ,  $\forall j$ , il se réduit au PALM. En pratique, les choix des matrices  $\mathbf{U}^{1,(j)}$  et  $\mathbf{U}^{2,(j)}$  dépendent des applications. Si la fonction  $Q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est une fonction deux fois différentiables par rapport à  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$ , les matrices  $\mathbf{U}^{1,(j)}$  et  $\mathbf{U}^{2,(j)}$  sont alors habituellement choisies comme les approximations des matrices Hessiennes de  $Q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  par rapport à  $\mathbf{x}$  au point  $\mathbf{x}^{(j)}$  et par rapport à  $\mathbf{y}$  au point  $\mathbf{y}^{(j)}$ , respectivement [CPR13]. Cet algorithme est conçu pour avoir une vitesse de convergence supérieur à PALM, avec les  $\mathbf{U}^{1,(j)}$  et  $\mathbf{U}^{2,(j)}$  bien choisies [CPR16].

## 2.5 Factorisation en matrice non-négative

---

La factorisation en matrices non négatives (NMF) est une technique de réduction de dimensions [FBD09]. Étant donné une matrice de données  $\mathbf{V} = \{v_{ft}\}$  de dimensions  $F \times T$  avec des éléments non-négatifs, la NMF cherche une factorisation :

$$\mathbf{V} \approx \mathbf{W}\mathbf{H}, \quad (2.45)$$

où  $\mathbf{W} = \{w_{fk}\}$  et  $\mathbf{H} = \{h_{kt}\}$  sont des matrices non négatives de dimensions  $F \times K$  et  $K \times T$ , respectivement.  $K$  est généralement choisi de telle sorte que  $FK + KT \ll FT$ , réduisant ainsi la dimension des données.

La factorisation (2.45) est habituellement recherchée par le problème de minimisation :

$$\min_{\mathbf{W}, \mathbf{H} \geq 0} D(\mathbf{V}, \mathbf{W}\mathbf{H}), \quad (2.46)$$

où  $D(\mathbf{V}, \mathbf{W}\mathbf{H})$  est une fonction de coût définie par :

$$D(\mathbf{V}, \mathbf{W}\mathbf{H}) = \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T d(v_{ft}, [\mathbf{W}\mathbf{H}]_{ft}), \quad (2.47)$$

où  $d(x, y)$  est une fonction de coût scalaire. Pour cela, la distance euclidienne (EU) [LS01], la divergence de Kullback-Leibler (KL) [LS01] et la divergence d'Itakura-Saito (IS) [Fév11] sont souvent utilisées :

$$d_{\text{EU}}(x, y) = \frac{1}{2}(x - y)^2, \quad (2.48)$$

$$d_{\text{KL}}(x, y) = x \log \frac{x}{y} - x + y, \quad (2.49)$$

$$d_{\text{IS}}(x, y) = \frac{x}{y} - \log \frac{x}{y} - 1. \quad (2.50)$$

Pour les divergences ci-dessus, des règles de mise à jour multiplicative peuvent être appliquées pour résoudre le problème de factorisation (2.46). Pour la distance euclidienne (EU), nous pouvons appliquer les règles de mise à jour suivantes :

$$\mathbf{H}_{kt} \leftarrow \mathbf{H}_{kt} \frac{[\mathbf{W}^T \mathbf{V}]_{kt}}{[\mathbf{W}^T \mathbf{W}\mathbf{H}]_{kt}}, \quad (2.51)$$

$$\mathbf{W}_{fk} \leftarrow \mathbf{W}_{fk} \frac{[\mathbf{V}\mathbf{H}^T]_{fk}}{[\mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{H}^T]_{fk}}. \quad (2.52)$$

Pour la divergence KL, les règles de mise à jour suivantes peuvent être appliquées :

$$\mathbf{H}_{kt} \leftarrow \mathbf{H}_{kt} \frac{\sum_f \mathbf{W}_{fk} \mathbf{V}_{ft} / [\mathbf{W}\mathbf{H}]_{ft}}{\sum_f \mathbf{W}_{fk}}, \quad (2.53)$$

$$\mathbf{W}_{fk} \leftarrow \mathbf{W}_{fk} \frac{\sum_t \mathbf{H}_{kt} \mathbf{V}_{ft} / [\mathbf{W}\mathbf{H}]_{ft}}{\sum_t \mathbf{H}_{kt}}. \quad (2.54)$$

Il est montré dans [LS01] que la divergence EU et KL sont invariantes avec ces règles de mise à jour si et seulement si  $\mathbf{W}$  et  $\mathbf{H}$  sont un point stationnaire.

Pour la divergence IS, nous avons les règles de mise à jour suivantes :

$$\mathbf{H}_{kt} \leftarrow \mathbf{H}_{kt} \frac{[\mathbf{W}^T((\mathbf{W}\mathbf{H})^{-2} \odot \mathbf{V})]_{kt}}{[\mathbf{W}^T(\mathbf{W}\mathbf{H})^{-1}]_{kt}}, \quad (2.55)$$

$$\mathbf{W}_{fk} \leftarrow \mathbf{W}_{fk} \frac{[((\mathbf{W}\mathbf{H})^{-2} \odot \mathbf{V})\mathbf{H}^T]_{fk}}{[(\mathbf{W}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T]_{fk}}, \quad (2.56)$$

où  $\odot$  est le produit matriciel de Hadamard. Les propriétés de convergences de ces règles de mise à jour sont étudiées dans [FBD09, FI11].

La divergence IS est particulièrement intéressante pour les applications audio [FBD09]. Après la définition de la distribution gaussienne multivariée complexe circulaire, le théorème suivant montre que l'utilisation de la divergence IS correspond à un estimateur de maximum de vraisemblance.

**Définition 3.** Soit  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^F$  qui suit une loi gaussienne multivariée complexe circulaire de moyenne  $\boldsymbol{\mu}$  et de matrice de covariance  $\boldsymbol{\Sigma}$ . Sa densité de probabilité est donnée par :

$$\mathcal{N}_c(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{\det \pi \boldsymbol{\Sigma}} \exp(-(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})). \quad (2.57)$$

**Théorème 4.** Considérons le modèle génératif défini par :

$$\mathbf{x}_n = \sum_{k=1}^K \mathbf{c}_{kn}, \quad \forall n = 1, \dots, N, \quad (2.58)$$

où  $\mathbf{x}_n$  et  $\mathbf{c}_{kn}$  appartiennent à  $\mathbb{C}^F$  et

$$\mathbf{c}_{kn} \sim \mathcal{N}_c(0, h_{kn} \text{diag}(\mathbf{w}_k)). \quad (2.59)$$

Les composantes  $\mathbf{c}_{1n}, \dots, \mathbf{c}_{kn}$  sont supposées mutuellement indépendantes et indépendamment distribuées. Soit  $\mathbf{V}$  une matrice donnée par ses éléments  $v_{fn} = |x_{fn}|^2$ . Alors, l'estimateur de maximum de vraisemblance de  $\mathbf{W}$  et  $\mathbf{H}$  sachant  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N]$  est équivalente à la NMF de  $\mathbf{V}$ , telle que  $\mathbf{V} = \mathbf{W}\mathbf{H}$ , où la divergence IS (2.50) est utilisée.

On peut se référer à [FBD09] pour la démonstration détaillée.



Première partie

Mélanges instantanés



# 3

## État de l'art : mélanges instantanés

### Sommaire

---

<b>3.1 Mélanges déterminés sans bruit et les méthodes d'ICA</b>	<b>32</b>
3.1.1 ICA . . . . .	32
3.1.2 Prétraitement et contrainte d'orthogonalité . . . . .	33
3.1.3 Mesures d'indépendances . . . . .	34
3.1.4 ICA basé sur l'Infomax/maximum de vraisemblance . . . . .	34
3.1.5 ICA par poursuite de projections . . . . .	36
3.1.6 ICA dans le domaine transformé . . . . .	38
<b>3.2 Parcimonie et séparation de mélanges surdéterminés : GMCA</b>	<b>38</b>
<b>3.3 Parcimonie et séparation de mélanges sous-déterminés</b>	<b>40</b>
3.3.1 Parcimonie à l'analyse . . . . .	41
3.3.2 Parcimonie à la synthèse . . . . .	44

---

Dans ce chapitre, nous présentons une sélection de méthodes de l'état de l'art pour les mélanges instantanés. Pour ces mélanges, les méthodes sont principalement basées sur l'hypothèse d'indépendance et la propriété de parcimonie des signaux [CJ10]. Ces deux caractéristiques a priori différentes des signaux se révéleront fortement liées. Nous montrons dans ce chapitre une sélection de méthodes basées sur ces deux hypothèses. De plus, les hypothèses et les méthodes diffèrent selon le scénario envisagé : surdéterminés, sous-déterminés, avec ou sans bruit. Nous présentons différentes méthodes selon trois catégories :

1. Les mélanges déterminés sans bruit,
2. Les mélanges déterminés avec du bruit,
3. Les mélanges sous-déterminés avec ou sans bruit.

## 3.1 Mélanges déterminés sans bruit et les méthodes d'ICA

---

Nous rappelons le modèle de mélanges déterminés sans bruit (1.2) ici :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S}, \quad (3.1)$$

où

- $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  est la matrice d'observation,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  est la matrice de mélange supposée être de rang plein,
- $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$  est la matrice des signaux des sources.

Nous supposons ici que  $M = N$ . Dans ce cas, si la matrice de mélange est inversible, l'identification de la matrice de mélange conduit directement à la séparation des sources. Le problème de séparation de sources revient alors à l'estimation de l'inverse de la matrice de mélange.

### 3.1.1 ICA

Pour cette estimation, la méthode d'analyse en composantes indépendantes (ICA) a été proposée dans [Com94]. Dans le cadre de l'ICA, les sources  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N$  sont supposées être des variables aléatoires indépendantes avec une fonction de densité de probabilité conjointe  $p_{\mathbf{s}}$  telle que :

$$p_{\mathbf{s}}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N) = \prod_{n=1}^N p_{\mathbf{s}_n}(\mathbf{s}_n), \quad (3.2)$$

où  $p_{\mathbf{s}_n}$  est la fonction de densité de probabilité marginale de  $\mathbf{s}_n$ .

La séparation des sources nécessite un moyen de mesurer l'indépendance, ce qui n'est pas trivial car l'indépendance statistique est vérifiée par la fonction de densité de probabilité, généralement inconnue et difficile à estimer. Dans ce contexte, les méthodes d'ICA ont alors l'intention de trouver une matrice de séparation, appelée aussi matrice de démixage,  $\mathbf{W}$  telle que les sources estimées :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}\mathbf{X} \quad (3.3)$$

soient aussi indépendantes que possible. En effet, il est montré dans [Dar53] que l'indépendance conduit à une matrice  $\mathbf{W}$  qui satisfait :

$$\mathbf{W}\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{D}, \quad (3.4)$$

où  $\mathbf{P}$  est une matrice de permutation et  $\mathbf{D}$  est une matrice diagonale si au plus une des sources est générée à partir d'une distribution gaussienne. Autrement dit, maximiser l'indépendance entre les sources estimées conduit à une estimation de  $\mathbf{S}$  à une permutation et un facteur d'échelle près.

### 3.1.2 Prétraitement et contrainte d'orthogonalité

Un prétraitement de blanchiment est souvent effectué sur les mélanges  $\mathbf{X}$  pour les méthodes d'ICA [HKO04]. On recherche une matrice carrée  $\mathbf{W}_b$  telle que :

$$\mathbf{X}_b = \mathbf{W}_b \mathbf{X} \quad (3.5)$$

soit décorrélé et normalisé :

$$\mathbf{X}_b \mathbf{X}_b^T = T\mathbf{I}. \quad (3.6)$$

Avec le modèle de mélange (3.1), nous avons :

$$\mathbf{X}_b \mathbf{X}_b^T = \mathbf{W}_b \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_b^T = \mathbf{W}_b \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{S}^T \mathbf{A}^T \mathbf{W}_b^T = T\mathbf{I}. \quad (3.7)$$

Comme les sources sont supposées indépendantes, les méthodes d'ICA tiennent compte de la contrainte de décorrélation :

$$\mathbb{E}(\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^T) = \mathbf{D}, \quad (3.8)$$

où  $\mathbf{s}(t)$  est une concaténation des sources  $\mathbf{s} = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$  et  $\mathbf{D}$  est une matrice diagonale. En pratique, comme le nombre d'échantillons est important, seule la décorrélation numérique est prise en compte :

$$\mathbf{S} \mathbf{S}^T \simeq T\mathbf{D}. \quad (3.9)$$

En raison de l'ambiguïté de l'échelle, sans perte de généralité, cette hypothèse peut être écrite comme :

$$\mathbf{S} \mathbf{S}^T = \mathbf{I}. \quad (3.10)$$

En combinant les deux équations (3.7) (3.10), nous avons :

$$\mathbf{W}_b \mathbf{A} \mathbf{A}^T \mathbf{W}_b^T = \mathbf{I}. \quad (3.11)$$

Alors si nous considérons  $\mathbf{A}_b = \mathbf{W}_b \mathbf{A}$ , les mélanges après le prétraitement de blanchiment  $\mathbf{X}_b$  peuvent être écrit comme :

$$\begin{cases} \mathbf{X}_b = \mathbf{A}_b \mathbf{S} \\ \text{s.c. } \mathbf{A}_b \mathbf{A}_b^T = \mathbf{I}. \end{cases} \quad (3.12)$$

Cela montre qu'avec le prétraitement de blanchiment, la matrice de séparation  $\mathbf{W}$  doit vérifier :

$$\mathbf{W} \mathbf{W}^T = \mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}. \quad (3.13)$$

### 3.1.3 Mesures d'indépendances

Le critère d'indépendance est basé sur (3.2) qui ne peut être facilement formulé en tant que fonction de critère. Par conséquent, beaucoup de méthodes sont proposées pour "approcher" une telle mesure.

- **Non-gaussianité** : avec le théorème de la limite centrale, l'intuition nous dit que le mélange des signaux indépendants devrait conduire à une sorte de gaussianisation. Il est alors naturel de considérer que la séparation conduit à des processus qui s'écartent des processus gaussiens. Sachant que les variables aléatoires gaussiennes ont des cumulants d'ordre supérieur qui disparaissent, un grand nombre d'algorithmes ont été proposés basé sur les statistiques d'ordre supérieur [HKO04, BAMCM97, Car99].
- **Maximisation de l'information** : l'information mutuelle peut être utilisée comme un critère pour la séparation de sources pour les mélanges instantanés [CJ10]. Bell et Sejnowski [BS95] ont montré que maximiser l'entropie des sources estimées (minimiser leurs informations mutuelles) peut être vu comme une mesure d'indépendance.
- **Maximum de vraisemblance** : le maximum de vraisemblance a également été proposé pour résoudre le problème de séparation de source. Il a été montré qu'il est équivalent à la méthode de maximisation de l'information [Car97, PP+97].

Il est montré dans [LGBS00] que la plupart des algorithmes d'ICA sont liés. Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux méthodes dans les deux catégories suivantes

1. L'ICA basé sur la maximisation de l'information (Infomax)/maximum de vraisemblance,
2. L'ICA basé sur la poursuite des projections (maximisation de la non-gaussianité).

Nous montrerons en effet dans le chapitre 4 que ces méthodes peuvent être formulées comme un problème d'optimisation et qu'elles ont un lien fort avec les méthodes basées sur la parcimonie (elles-mêmes présentées dans la section 3.2).

### 3.1.4 ICA basé sur l'Infomax/maximum de vraisemblance

Nous définissons d'abord l'information mutuelle.

**Définition 5.** Soit  $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N$ ,  $N$  vecteurs aléatoires de densité conjointe  $p_{\mathbf{y}}$  et de densités marginales respectives  $p_{\mathbf{y}_1}, p_{\mathbf{y}_2}, \dots, p_{\mathbf{y}_N}$ . L'information mutuelle entre ces vecteurs est la divergence de Kullback-Leibler (KL) (ou l'entropie relative) entre les densités  $\prod_{n=1}^N p_{\mathbf{y}_n}$  et  $p_{\mathbf{y}}$  :

$$I(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N) = -\mathbb{E} \log \frac{\prod_{n=1}^N p_{\mathbf{y}_n}}{p_{\mathbf{y}}}, \quad (3.14)$$

où  $\mathbb{E}$  est l'opérateur de l'espérance relative à la densité de probabilité  $p_{\mathbf{y}}$ .

Cette mesure est non-négative et ne peut s'annuler que si les vecteurs aléatoires

sont mutuellement indépendants. Elle s'écrit également comme suit :

$$I(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N) = \sum_{n=1}^N H(\mathbf{y}_n) - H(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N), \quad (3.15)$$

où  $H(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N)$  et  $H(\mathbf{y}_n)$  sont l'entropie commune et les entropies marginales :

$$H(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N) = -\mathbb{E} \log p_{\mathbf{y}}, \quad (3.16)$$

$$H(\mathbf{y}_n) = -\mathbb{E} \log p_{\mathbf{y}_n}. \quad (3.17)$$

L'entropie peut être considérée comme une mesure de l'incertitude. Plus la valeur est basse, plus nous disposons d'informations connues sur un système donné. Par conséquent, avec un algorithme qui cherche à minimiser l'information mutuelle, nous recherchons des composantes qui sont maximalelement indépendantes [LCG10].

L'ICA par minimisation de l'information mutuelle repose sur le lemme suivant :

**Lemme 6.** *Soit  $\mathbf{x}$  un vecteur aléatoire et  $\mathbf{y} = g(\mathbf{x})$  où  $g$  est une transformation inversible différentiable avec Jacobien (matrice de dérivées partielles)  $g'$ . Alors :*

$$H(\mathbf{y}) = H(\mathbf{x}) + \mathbb{E} \log |\det g'(\mathbf{x})|. \quad (3.18)$$

L'information mutuelle entre les variables aléatoires reste inchangée lorsqu'on applique à *chacune d'elles* une transformation inversible. Elle reste également inchangée si l'on permute les variables aléatoires (la fonction  $g$  devient un opérateur composant par composant). Ceci est cohérent avec le fait qu'on ne peut séparer les sources qu'à un facteur d'échelle et une permutation près.

Pour séparer les sources, on cherche une matrice de séparation  $\mathbf{W}$  telle que les vecteurs  $\mathbf{y}_n, 1 \leq n \leq N$  composant la  $n$ -ième ligne de la matrice  $\mathbf{Y} = \mathbf{W}\mathbf{X}$  soient aussi indépendantes que possible selon un critère d'information mutuelle. Du Lemme 6 et du modèle de mélange (3.1), ce critère peut être formulé comme suit :

$$\min_{\mathbf{W}} \sum_{n=1}^N H(\mathbf{y}_n) - \log |\det \mathbf{W}|, \quad (3.19)$$

et plus précisément :

$$\max_{\mathbf{W}} \mathbb{E} \left( \sum_{n=1}^N \log (p_n(\mathbf{w}_n^T \mathbf{X})) \right) + \log |\det \mathbf{W}|, \quad (3.20)$$

où  $\mathbf{w}_n$  est le vecteur composant la  $n$ -ième ligne de  $\mathbf{W}$ ,  $p_n$  est la fonction de la densité de probabilité de la source  $n$ .

## ICA par maximum de vraisemblance

Pour calculer la vraisemblance, on postule d'abord une densité de probabilité  $p_{\mathbf{S}}(\mathbf{S})$  pour les sources  $\mathbf{S}$ . Alors sa transformation  $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S}$  par une matrice

### 3.1.5 - ICA par poursuite de projections

---

inversible  $\mathbf{A}$  a une densité [CJ10] :

$$p_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}, \mathbf{A}) = \frac{p_{\mathbf{S}}(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X})}{|\det \mathbf{A}|}. \quad (3.21)$$

Puisque nous recherchons  $\mathbf{A}^{-1}$  tels que les sources estimées  $\mathbf{Y} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}$ , nous avons donc  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}\mathbf{A}^T$  et donc  $\det \mathbf{R}_{\mathbf{X}} = |\det \mathbf{A}|^2 \det \mathbf{R}_{\mathbf{Y}}$  où  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}} = \frac{1}{T}\mathbf{X}\mathbf{X}^T$  et  $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = \frac{1}{T}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T$ . Cela donne :

$$p_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}, \mathbf{A}) = \frac{e^{\Upsilon(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X})}}{(\det \mathbf{R}_{\mathbf{X}})^{1/2}}, \quad (3.22)$$

où

$$\Upsilon(\mathbf{Y}) = \log p_{\mathbf{S}}(\mathbf{Y}) + \frac{1}{2} \log \det \mathbf{R}_{\mathbf{Y}}. \quad (3.23)$$

Cette fonction de  $\mathbf{Y}$  n'est déterminée que par le modèle de distribution des sources  $p_{\mathbf{S}}$ . Par conséquent, la vraisemblance dépend de  $\mathbf{A}$  uniquement via  $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}$ . L'estimation du maximum de vraisemblance est donc :

$$\hat{\mathbf{A}}_{\text{MV}} = \arg \max_{\mathbf{A}} \Upsilon(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}). \quad (3.24)$$

Supposons que la matrice d'observation  $\mathbf{X}$  est une réalisation d'une variable aléatoire afin que, pour toute valeur de  $\mathbf{A}$ , on puisse définir la valeur moyenne de la fonction  $\Upsilon(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X})$ , on a alors :

$$\mathbb{E}(\Upsilon(\mathbf{Y})) = -d_{\text{KL}}(p_{\mathbf{Y}}, p_{\mathbf{S}}) + \text{cst}, \quad (3.25)$$

où  $d_{\text{KL}}(p, q) = \int p \log \frac{p}{q}$  est la divergence de Kullback-Leibler et *cst* est une constante. De (3.25), nous pouvons voir qu'il existe un lien direct entre la vraisemblance et l'information mutuelle. Étant donné que les sources sont supposées indépendantes, nous avons :

$$d_{\text{KL}}(p_{\mathbf{Y}}, f_{\mathbf{S}}) = d_{\text{KL}}(p_{\mathbf{Y}}, \prod_i p_{\mathbf{s}_i}) = d_{\text{KL}}(p_{\mathbf{Y}}, \prod_i p_{\mathbf{y}_i}) + d_{\text{KL}}(\prod_i p_{\mathbf{y}_i}, \prod_i p_{\mathbf{s}_i}). \quad (3.26)$$

Avec la définition (3.14), on a :

$$d_{\text{KL}}(p_{\mathbf{Y}}, f_{\mathbf{S}}) = I(\mathbf{Y}) + \sum_{i=1}^N d_{\text{KL}}(p_{\mathbf{y}_i}, p_{\mathbf{s}_i}). \quad (3.27)$$

On peut voir que si pour une distribution de  $\mathbf{Y}$  donnée, le modèle de source  $p_{\mathbf{s}_i}$  le plus probable est sélectionné, c'est-à-dire si (idéalement)  $p_{\mathbf{s}_i} = p_{\mathbf{y}_i}$ , alors le contraste de vraisemblance se réduit à l'information mutuelle, car dans ce cas  $d_{\text{KL}}(p_{\mathbf{y}_i}, p_{\mathbf{s}_i}) = 0$ .

### 3.1.5 ICA par poursuite de projections

Avec le théorème de la limite centrale, la non gaussiannité peut être utilisée comme une mesure d'indépendance. Pour ce faire, nous devons avoir une mesure

quantitative de la non gaussianité d'une variable aléatoire. Le kurtosis est le cumulante de quatrième ordre d'une variable aléatoire :

$$\text{kurt}(y) = \mathbb{E}(y^4) - 3(\mathbb{E}(y^2))^2. \quad (3.28)$$

Pour une variable aléatoire gaussienne, le kurtosis est nul.

Par conséquent, le kurtosis peut être utilisé comme une mesure de la non-gaussianité et on peut reformuler l'ICA comme :

$$\max_{\mathbf{W}} \sum_n \text{kurt}(\mathbf{w}_n^T \mathbf{X}), \quad (3.29)$$

où  $\mathbf{w}_n$  est le vecteur composant la  $n$ -ième ligne de  $\mathbf{W}$ .

Le FastICA [HO97] est une méthode itérative pour ICA. Il maximise le *contraste orthogonal* de la forme :

$$J(\mathbf{W}) = \sum_{n=1}^N \mathbb{E} (g_n(\mathbf{w}_n^T \mathbf{X}_b)). \quad (3.30)$$

Les données  $\mathbf{X}_b$  sont des mélanges pré-blanchies et la matrice de séparation  $\mathbf{W}$  est contrainte à être orthogonale.  $g_n$  est une fonction non linéaire et en choisissant

$$g_n(x) = g(x) = x^4, \quad 1 \leq n \leq N, \quad (3.31)$$

la fonction de contraste (3.30) équivaut à (3.29).

FastICA estime la matrice de séparation  $\mathbf{W}$  composante par composante. Pour une composante  $\mathbf{w}_n$ , la règle de mise à jour est la suivante (on peut se référer à [HKO04] pour plus de détails) :

$$\mathbf{w}_n \leftarrow \mathbb{E} (\mathbf{X}_b g'(\mathbf{w}_n^T \mathbf{X}_b)) - \mathbb{E} (g''(\mathbf{w}_n^T \mathbf{X}_b)) \mathbf{w}_n. \quad (3.32)$$

Ensuite, une orthogonalisation de Gram-Schmidt est effectuée pour respecter la contrainte d'orthogonalité :

$$\mathbf{w}_n \leftarrow \mathbf{w}_n - \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{w}_n^T \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i, \quad (3.33)$$

suivie par une projection de normalisation :

$$\mathbf{w}_n \leftarrow \mathbf{w}_n / \|\mathbf{w}_n\|. \quad (3.34)$$

Une telle approche peut être formulée comme un problème d'optimisation avec une contrainte d'orthogonalité comme suit :

$$\begin{cases} \max_{\mathbf{W}} J(\mathbf{W}) \\ \text{s.c. } \mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}. \end{cases} \quad (3.35)$$

### 3.1.6 ICA dans le domaine transformé

Comme mentionné précédemment, une hypothèse d'ICA est que au plus une des sources suit une distribution gaussienne. Cependant, pour les signaux audio, la distribution des échantillons temporels peut être vue comme gaussienne [KT05]. Pour contourner cet inconvénient, l'ICA dans le domaine transformé est habituellement considérée [PAB<sup>+</sup>01].

Si l'on applique la transformée de Gabor  $\Phi$  aux deux membres de l'égalité (3.1), on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}\Phi &= \mathbf{A}\mathbf{S}\Phi \\ \tilde{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\tilde{\mathbf{S}} \\ \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) &= \mathbf{A}\tilde{\mathbf{s}}(f, \tau) \quad \forall f, \tau, \end{aligned} \tag{3.36}$$

où  $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) \in \mathbb{C}^M$  (resp.  $\tilde{\mathbf{s}}(f, \tau) \in \mathbb{C}^N$ ) représente le mélange (resp. les sources) pour la case temps-fréquence  $(f, \tau)$ . Pour chaque source  $n$ , ces coefficients dans le domaine temps-fréquence  $\tilde{\mathbf{s}}_n = \{\tilde{s}_n(f, \tau)\}$  peuvent être modélisés par une distribution gaussienne généralisée (2.23) :

$$p_{\tilde{\mathbf{s}}_n}(\tilde{\mathbf{S}}) \propto \exp(-\theta \|\tilde{\mathbf{s}}_n\|^\gamma), \tag{3.37}$$

avec  $\gamma < 2$  pour exploiter la parcimonie.

De (3.36), nous voyons que, en raison de la linéarité, le modèle dans le domaine temporel et celui dans le domaine temps-fréquence partagent la même matrice de mélange  $\mathbf{A}$ . Une telle approche peut être trouvée dans [HHO97] pour le traitement d'image avec des ondelettes et dans [KS15] pour fMRI (l'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle) où une stratégie d'apprentissage de dictionnaire est utilisée pour choisir le domaine transformé.

Une autre transformation souvent utilisée avant la séparation avec les méthodes ICA est la réduction de la dimension (voir dans la section 1.4.2 pour plus d'explication). Souvent avec la méthode PCA (Principal component analysis), la transformation vise à simplifier le problème de séparation en transformant les mélanges surdéterminés en mélanges déterminés.

## 3.2 Parcimonie et séparation de mélanges surdéterminés : GMCA

---

En plus de l'indépendance, la parcimonie est une autre hypothèse utilisée pour le problème de séparation de source [BSFM07, YR04, LAC<sup>+</sup>06, ZP01]. Dans [BSFM07], les auteurs abordent la séparation pour les mélanges instantanés déterminés avec du bruit pour les images :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}, \tag{3.38}$$

Sur la base de l'hypothèse de parcimonie, ils ont développé l'algorithme GMCA (Generalized Morphological Components Analysis) qui est robuste au bruit.

## Formulation du problème

Supposons que nous ayons  $D$  bases orthonormées  $\{\Phi_i\}_{i=1,2,\dots,D}$ . En désignant  $\mathcal{D} = [\Phi_1^T, \dots, \Phi_D^T]^T$  une concaténation de ces bases orthonormées, on suppose que les sources sont parcimonieuses dans le dictionnaire  $\mathcal{D}$ .

Les auteurs de [BSFM07] ont développé l'algorithme GMCA qui cherche un schéma de séparation, grâce à l'estimation de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$ , qui conduit aux sources  $\mathbf{S}$  les plus parcimonieuses dans le dictionnaire  $\mathcal{D}$ . Ceci est exprimé par la formulation d'optimisation suivante dans sa forme lagrangienne :

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \|\mathbf{s}_{n,d} \Phi_d^T\|_1 + \kappa \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{S}\|_F^2, \quad (3.39)$$

où chaque ligne de  $\mathbf{S}$  est telle que  $\mathbf{s}_n = \sum_{d=1}^D \mathbf{s}_{n,d}$ . Pour la source  $n$ , les  $\mathbf{s}_{n,d}$  sont les composantes morphologiques, supposées parcimonieuses dans la base  $\Phi_d$ .  $\kappa$  est un hyper-paramètre qui équilibre l'attache aux données  $\|\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{S}\|_F^2$  et le terme de pénalité  $\sum_{i=1}^N \sum_{d=1}^D \|\mathbf{s}_{n,d} \Phi_d^T\|_1$ .

## Version adaptée pour les signaux audio

Les dictionnaires utilisés dans (3.39) sont des transformées en ondelettes et la transformée de cosinus discrète globale ou locale. Pour les signaux audio, nous préférons le dictionnaire de Gabor. Soit  $\Phi \in \mathbb{C}^{T \times K}$  la matrice d'un dictionnaire de Gabor contenant  $K$  atomes temps-fréquence. Comme le dictionnaire de Gabor est redondant, les sources  $\mathbf{S}$  peuvent être représentés par leurs coefficients de synthèse  $\alpha \in \mathbb{C}^{N \times K}$  comme :

$$\mathbf{S} = \alpha \Phi^H. \quad (3.40)$$

Sans considérer les composantes "morphologiques", nous pouvons reformuler directement l'approche GMCA sous forme "synthèse" comme suit :

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{A}, \alpha} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\alpha \Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\alpha\|_1. \quad (3.41)$$

## Algorithme pour GMCA

Un algorithme d'optimisation alternée a été utilisée dans [BSFM07] pour résoudre le problème d'optimisation (3.39). Ici nous présentons l'algorithme adapté à la version "synthèse" (3.41) dans l'algorithme 3. Dans cet algorithme 3, on a :

- $Q(\alpha, \mathbf{A}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\alpha \Phi^H\|_F^2$ .
- $\nabla_{\alpha} Q(\alpha, \mathbf{A}) = -(\mathbf{X} - \mathbf{A}\alpha \Phi^H) \Phi$ ,
- $\mathcal{P}_c$  est la projection de normalisation pour chaque colonne de  $\mathbf{A}$  : si  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathcal{P}_c(\mathbf{A})$ , alors

$$\tilde{\mathbf{a}}_n = \frac{\mathbf{a}_n}{\|\mathbf{a}_n\|}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (3.42)$$

où  $\tilde{\mathbf{a}}_n$  et  $\mathbf{a}_n$  sont respectivement les  $n$ -ièmes colonnes de  $\tilde{\mathbf{A}}$  et  $\mathbf{A}$ . Cette projection est conçue pour respecter la contrainte de la matrice de mélange  $\|\mathbf{a}_n\| = 1$  pour éviter les solutions triviales à cause de l'ambiguïté de l'échelle.

---

#### Algorithme 3 : GMCA

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ ,  $\mathbf{A}^{(1)} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $j = 1$ ;

**repeat**

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)}) = -\mathbf{A}^T (\mathbf{X} - \mathbf{A} \boldsymbol{\alpha}^{(j)} \boldsymbol{\Phi}^H) \boldsymbol{\Phi}$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L} \left( \boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)})}{L} \right)$ ;
3.  $\mathbf{S}^{(j+1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H$ ;
4.  $\mathbf{A}^{(j+1/2)} = \mathbf{X} \mathbf{S}^{(j+1)T} (\mathbf{S}^{(j+1)} \mathbf{S}^{(j+1)T})^{-1}$ ;
5.  $\mathbf{A}^{(j+1)} = \mathcal{P}_c(\mathbf{A}^{(j+1/2)})$ ;
6.  $j = j + 1$ ;

**until** convergence;

---

L'algorithme 3 et l'algorithme dans [BSFM07] sont construits sur le même principe : à chaque itération, les sources  $\mathbf{S}$  sont mises à jour (via leurs coefficients de synthèses) par une étape de type "ISTA", alternativement avec la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  mise à jour par moindres carrés avec normalisation des colonnes.

Cet algorithme montre de bonnes performances dans les cas déterminés, en particulier en présence de bruit blanc gaussien. Cependant, ce type de BCD (Block-Coordinate Descent) n'a pas de garantie de convergence, principalement en raison de l'étape de normalisation supplémentaire. Il est également mentionné dans [BSFM07] que cet algorithme ne fonctionne pas dans le cas sous-déterminé. Nous pensons que cela est dû à l'algorithme empirique dans l'algorithme 3. Dans le chapitre 4, basé sur la formulation avec fonction indicatrice pour la normalisation, nous proposons un algorithme avec preuve de convergence qui fonctionne dans le cas sous-déterminé.

## 3.3 Parcimonie et séparation de mélanges sous-déterminés

---

Outre les mélanges déterminés, l'hypothèse de parcimonie est souvent utilisée pour les mélanges sous-déterminés. Nous rappelons ici le modèle de mélange instantané sans bruit :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S}, \quad (3.43)$$

avec

- $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times T}$ ,
- $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$ ,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,
- $M < N$ .

La parcimonie a été initialement exploitée après transformation linéaire du mélange par un dictionnaire, c'est ce que nous appelons la parcimonie à l'analyse. En même temps, la parcimonie à la synthèse pour le problème de séparation des sources a également été étudiée. Ainsi, dans cette section, nous présentons les méthodes de séparation pour les mélanges sous-déterminés en deux catégories :

1. Les méthodes basées sur la parcimonie à l'analyse (parcimonie par transformation),
2. Les méthodes basées sur la parcimonie à la synthèse.

### 3.3.1 Parcimonie à l'analyse

Comme dans le cas (sur)-déterminé, nous appliquons la transformée  $\Phi \in \mathbb{C}^{T \times K}$  de chaque côté du modèle de mélange (3.43) :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}\Phi &= \mathbf{A}\mathbf{S}\Phi \\ \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) &= \mathbf{A}\tilde{\mathbf{s}}(f, \tau), \quad \forall f, \tau. \end{aligned} \tag{3.44}$$

où  $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) \in \mathbb{C}^M$  (resp.  $\tilde{\mathbf{s}}(f, \tau) \in \mathbb{C}^N$ ) représente le mélange (resp. les sources) pour la case temps-fréquence  $(f, \tau)$ .

Les sources sont généralement supposées être parcimonieuses après la transformée [YR04, AD05, LAC<sup>+</sup>06, AGB10] (voir la figure 3.1 pour une illustration). Sur la base de l'hypothèse de parcimonie, un cas extrême a été étudié : les signaux sont supposés être extrêmement parcimonieux dans le domaine transformée (le domaine temps-fréquence) tels que dans chaque case temps-fréquence, il n'y a qu'une seule source activée ou dominante. Aussi appelé l'hypothèse des sources disjointes [YR04] dans le domaine temps-fréquence, cette hypothèse s'écrit avec le modèle de mélange (3.44) comme suit :

$$\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) \approx \sum_{n=1}^N \mathbf{a}_n \tilde{s}_n(f, \tau) \approx \mathbf{a}_{n^*} \tilde{s}_{n^*}(f, \tau), \tag{3.45}$$

où  $n^*$  est l'index de la source activée pour la case temps-fréquence  $(f, \tau)$ .

Initialement proposée dans [YR04], cette hypothèse simplifie en grande partie le problème de séparation : estimer la matrice de mélange revient à identifier des lignes passant par l'origine (on suppose ici que les sources ont des moyennes nulles) qui sont simplement définies par leur angle par rapport à l'origine (voir la figure 3.2 pour une illustration). Dans ce cas, le nombre de sources est égal simplement au nombre de lignes.

Par conséquent, les méthodes de séparation basées sur la parcimonie à l'analyse pour les mélanges sous-déterminés sont généralement conçues *en deux étapes* :

1. La matrice de mélange est d'abord estimée,
2. Les sources sont ensuite estimées avec la matrice de mélange obtenue.

La deuxième étape peut également être visualisée en tant que séparation non-aveugle.

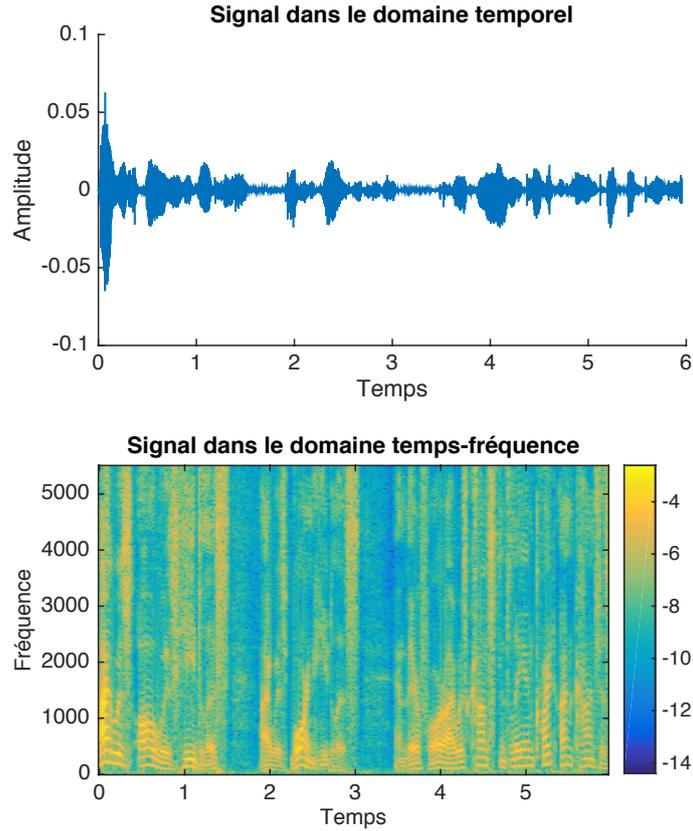


FIGURE 3.1 – Illustration d'un signal de parole. Haut : signal dans le domaine temporel. Bas : Signal dans le domaine temps-fréquence par transformée de Gabor. Il n'y a que peu d'atomes de valeur importante dans le plan temps-fréquence. (L'échelle de couleur est en dB).

### Estimation de la matrice de mélange

Dans [YR04], les auteurs proposent l'algorithme DUET (Degenerate Unmixing Estimation Technique) lorsque le nombre de capteurs  $M = 2$ . Sans perte de généralité, le modèle de mélange (3.44) peut être réécrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_1(f, \tau) \\ \tilde{x}_2(f, \tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ a_1 & \dots & a_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{s}_1(f, \tau) \\ \vdots \\ \tilde{s}_N(f, \tau) \end{pmatrix}. \quad (3.46)$$

Avec l'hypothèse disjointe stricte (une seule source activée dans chaque case temps-fréquence), (3.46) peut être réécrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_1(f, \tau) \\ \tilde{x}_2(f, \tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a_{n^*} \end{pmatrix} \tilde{s}_{n^*}(f, \tau). \quad (3.47)$$

A partir de la formulation ci-dessus, il est alors évident que, pour les cases temps-

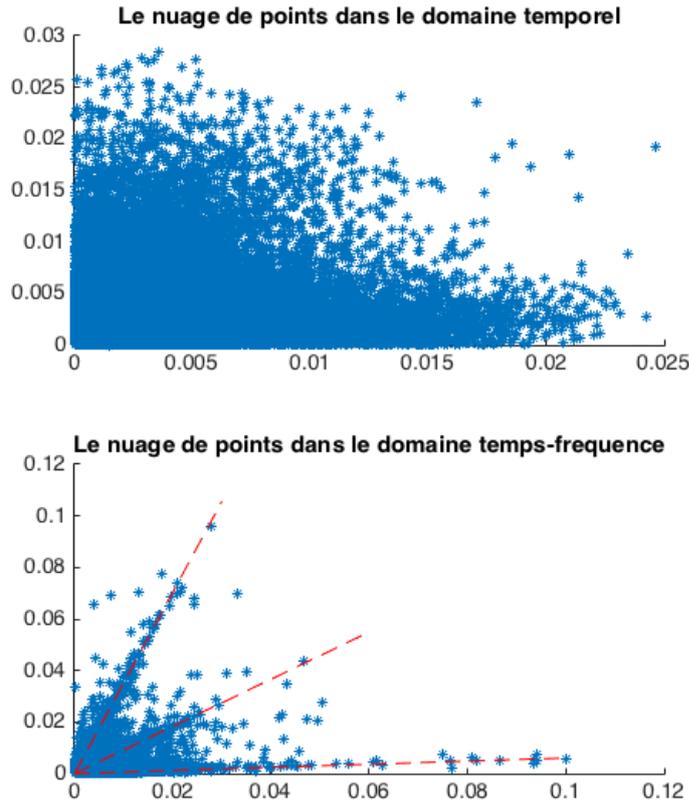


FIGURE 3.2 – Illustration du nuage de points de deux mélanges à partir de trois signaux audio. Haut : le nuage de points dans le domaine temporel. Bas : le nuage de points dans le domaine temps-fréquence. Les points sont regroupés autour de trois lignes qui correspondent à trois sources.

fréquence où seule la  $n^*$ -ième source est activée, on a :

$$\frac{\tilde{x}_1(f, \tau)}{\tilde{x}_2(f, \tau)} = \frac{1}{a_{n^*}}. \quad (3.48)$$

Nous pouvons voir que ce ratio peut être utilisé comme un indicateur pour estimer la matrice de mélange en utilisant des méthodes de regroupement.

L’hypothèse disjointe stricte est relativement forte. Dans [YR04], les auteurs ont illustré que la représentation temps-fréquence des signaux vocaux est *presque* disjointe. Une hypothèse plus faible est que, à un point temps-fréquence, l’une des sources est bien plus énergétique que toutes les autres.

Cette hypothèse de disjonction au sens large a été ensuite relaxée dans [AGB10, AD05, LAC<sup>+</sup>06, BZ01]. Dans [AGB10], les auteurs supposent que pour chaque source, il y a au moins une région temps-fréquence où cette source est dominante. Ils ont soutenu que cette région peut fournir des estimations locales robustes de la direction de source correspondante. Ils ont exploité une mesure de confiance locale basée sur un modèle statistique. Ils ont ensuite proposé un algorithme de regroupement pour fusionner les informations de toutes les régions temps-fréquence en

fonction de leur niveau de confiance.

#### Estimation des sources

Après la première étape, les signaux sources sont ensuite estimés avec la matrice de mélange obtenue.

Dans [YR04], les sources sont estimées par une technique de masquage. Encore une fois, sur la base de l'hypothèse de disjonction des sources dans le plan temps-fréquence, on peut créer un masque temps-fréquence correspondant à chaque source et appliquer chaque masque au mélange pour produire les représentations temps-fréquence des sources originales. Plus précisément, en définissant

$$M_n(f, \tau) = \begin{cases} 1, & \tilde{s}_n(f, \tau) \neq 0 \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.49)$$

qui est la fonction indicatrice pour le support de  $s_n$ , on obtient la représentation temps-fréquence de  $s_n$  via :

$$\tilde{s}_n(f, \tau) = M_n(f, \tau)\tilde{x}_1(f, \tau), \quad \forall \tau, f. \quad (3.50)$$

Nous notons que si la matrice de mélange peut être estimée avec des versions relaxées de l'hypothèse de disjonction des sources dans le plan temps-fréquence, la technique de masquage est basée sur l'hypothèse disjointe la plus stricte qui n'est pas réaliste. Pour mieux adapter l'hypothèse disjointe relaxée des coefficients des sources, les auteurs de [LAC<sup>+</sup>06, BZ01] transforment le problème d'estimation des sources en un problème d'optimisation :

$$\begin{cases} \underset{\tilde{\mathbf{S}}}{\operatorname{argmin}} \|\tilde{\mathbf{S}}\|_1 \\ \text{s.c. } \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{S}}. \end{cases} \quad (3.51)$$

Une fois que la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  est estimée, l'hypothèse de disjonction des sources est donc relaxée en hypothèse de parcimonie.

### 3.3.2 Parcimonie à la synthèse

La parcimonie à la synthèse a été utilisée pour la séparation dans [ZP01]. Nous rappelons d'abord le modèle de mélange sous-déterminé avec du bruit additif (1.6) :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}. \quad (3.52)$$

Les auteurs de [ZP01] ont formulé le problème de séparation de sources avec parcimonie à la synthèse comme un problème d'optimisation comme suit :

$$\underset{\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + g(\mathbf{A}), \quad (3.53)$$

où la norme  $\ell_2$  pour l'attache aux données correspond au bruit gaussien dans le domaine temporel dans le cadre de l'inférence bayésienne. La norme  $\ell_1$  est une pénalité convexe pour exploiter la parcimonie.  $g(\mathbf{A})$  est la contrainte de normalisation pour éviter la solution triviale en raison de l'ambiguïté d'échelle :

$$g(\mathbf{A}) = \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \|\mathbf{a}_n\| = 1, n = 1, 2, \dots, N \\ +\infty & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.54)$$

où  $\mathbf{a}_n$  est la  $n$ -ième colonne de  $\mathbf{A}$ .

Cette approche par optimisation implique une estimation conjointe de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et de la représentation des sources  $\boldsymbol{\alpha}$ . Ce problème d'optimisation avait été considéré comme difficile en terme de calcul en raison de la non-différentiabilité et de la non convexité de la fonctionnelle (3.53) [CJ10]. En même temps, en raison du manque de technique d'optimisation efficace, la qualité de la solution peut souffrir de la présence de faux minima locaux.

Dans [ZP01], les auteurs ont proposé d'utiliser une relaxation lisse de la norme  $\ell_1$  pour résoudre le problème. Cependant, il est montré dans [Nes05] que la performance peut être limitée, principalement en raison du paramètre de lissage qui équilibre entre le taux de convergence et le niveau d'approximation.



# 4

## Sparse-ICA pour les mélanges instantanés

### Sommaire

---

<b>4.1 Séparation de sources et parcimonie à la synthèse . . .</b>	<b>48</b>
4.1.1 Difficultés . . . . .	48
4.1.2 Un algorithme convergent : BSS-PALM . . . . .	49
<b>4.2 Une revisite de sparse-ICA . . . . .</b>	<b>50</b>
4.2.1 ICA par Infomax/Maximum de vraisemblance . . . . .	52
4.2.2 ICA par poursuite de projection . . . . .	53
4.2.3 Vers une formulation générale de Sparse-ICA . . . . .	54
<b>4.3 Algorithmes pour Sparse ICA . . . . .</b>	<b>54</b>
4.3.1 Une modification simple de BSS-PALM . . . . .	55
4.3.2 Approche de type ADMM pour Sparse ICA . . . . .	58
4.3.3 Une version simplifiée de BSS-LPADMM . . . . .	60
<b>4.4 Paramètres pratiques . . . . .</b>	<b>61</b>
4.4.1 Nombre de sources . . . . .	61
4.4.2 Prétraitement de blanchiment . . . . .	62
<b>4.5 Expériences . . . . .</b>	<b>63</b>
4.5.1 Choix de l'hyper-paramètre $\lambda$ . . . . .	63
4.5.2 Robustesse au nombre de sources . . . . .	64
4.5.3 Séparation (sur)-déterminée . . . . .	65
4.5.4 Mélanges sous-déterminés . . . . .	67
4.5.5 Comparaison des temps de calculs . . . . .	71
<b>4.6 Conclusion . . . . .</b>	<b>72</b>

---

Dans ce chapitre, nous considérons le problème de séparation pour les mélanges instantanés. Nous étudions les liens existants entre l'ICA et l'analyse en composantes parcimonieuses (SCA). Si les méthodes d'ICA conviennent bien aux mélanges (sur)-déterminés sans bruit, SCA a démontré sa robustesse en sous-déterminé et au bruit. En utilisant le point de vue de synthèse, nous proposons un nouveau cadre d'optimisation qui englobe les deux approches.

Ce chapitre a fait l'objet de l'article [FK15a] publié dans la conférence EU-SIPCO, ainsi que l'article [FK17a] soumis à IEEE Transactions on Signal Processing.

Nous rappelons d'abord le modèle de mélange avec du bruit (1.6) :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}. \quad (4.1)$$

Ce qui donne, en utilisant la synthèse temps-fréquence :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\Phi}^H + \mathbf{N}, \quad (4.2)$$

où

- $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  contient  $M$  mélanges de  $T$  échantillons,
- $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$  sont les  $N$  sources de  $T$  échantillons.
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  est la matrice de mélange qui est supposée être de plein rang.
- $\boldsymbol{\Phi} \in \mathbb{C}^{T \times K}$  est le dictionnaire matriciel des formes d'onde temps-fréquence (les atomes de Gabor).
- $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^{N \times K}$  sont les coefficients temps-fréquence de synthèse de  $\mathbf{S}$ .
- $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  est le bruit additif, supposé être blanc et gaussien.

Ici, nous nous en tenons au modèle simple du bruit blanc gaussien. Si le problème du bruit spatialement corrélé a été largement étudié et peut être abordé par une étape de blanchiment, la prise en compte du bruit spatialement et temporellement corrélé est plus complexe [KG15]. Nous avons laissé l'étude du bruit non blanc dans le problème inverse aux travaux ultérieurs.

## 4.1 Séparation de sources et parcimonie à la synthèse

---

Nous rappelons la formulation afin d'estimer conjointement la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et les coefficients de synthèse des sources  $\boldsymbol{\alpha}$  (3.53) :

$$\min_{\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\Phi}^H\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}), \quad (4.3)$$

où  $\iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A})$  est la fonction indicatrice définie dans (3.54).

### 4.1.1 Difficultés

Cette formulation a été proposée au début des années 90 [ZP01], mais n'a pas attiré beaucoup d'attention à cause du manque d'outil d'optimisation efficace [CJ10]. Ce problème a deux difficultés :

1. **Non-convexe** : Comme la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et les coefficients de synthèse des sources  $\boldsymbol{\alpha}$  sont inconnus, le problème d'optimisation n'est pas convexe.
2. **Non différentiable** : En raison de la norme  $\ell_1$ , le problème n'est pas différentiable.

Pour la non-différentiabilité, dans [ZP01], les auteurs ont proposé d'utiliser une technique d'approximation lisse pour s'attaquer au problème. Pour la non convexité, la méthode BCD (Block-Coordinate Descent) est souvent utilisée [Tse01]. Le principe est que nous fixons d'abord la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et effectuons l'optimisation par rapport aux coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  :

$$\min_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1. \quad (4.4)$$

Nous faisons ensuite l'optimisation par rapport à  $\mathbf{A}$  avec  $\boldsymbol{\alpha}$  fixé :

$$\min_{\mathbf{A}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}). \quad (4.5)$$

Cependant, en raison du terme non différentiable  $\lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1$  et de la contrainte  $\iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A})$ , on a besoin de plusieurs sous-itérations pour résoudre les deux sous-problèmes [CW05].

### 4.1.2 Un algorithme convergent : BSS-PALM

Dans ce chapitre, nous proposons d'utiliser l'algorithme PALM [BST13] pour résoudre le problème (4.3). PALM est un algorithme d'optimisation non convexe (voir la section 2.4.3 pour plus de détails). De l'algorithme de mise à jour (2.35) et (2.36), nous faisons les substitutions suivantes dans la formule générale (2.34) :

$$\begin{aligned} F(\boldsymbol{\alpha}) &= \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1, \\ Q(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{A}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2, \\ G(\mathbf{A}) &= \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}), \end{aligned} \quad (4.6)$$

et les choix particuliers :

$$t^{1,(j)} = L^{1,(j)}, \quad (4.7)$$

$$t^{2,(j)} = L^{2,(j)}, \quad (4.8)$$

où  $j$  est l'itération courante,  $L^{1,(j)}$  et  $L^{2,(j)}$  sont les constantes de Lipschitz de  $\boldsymbol{\alpha} \mapsto Q(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{A}^{(j)})$  et  $\mathbf{A} \mapsto Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A})$  respectivement.

Avec les substitutions (4.6), l'opérateur proximal (2.37) devient le seuillage doux élémentaire (2.27) :

$$\text{prox}_{F/t^{1,(j)}}(\mathbf{X}) = \mathcal{S}_{\lambda/t^{1,(j)}}(\mathbf{X}), \quad (4.9)$$

L'opérateur proximal (2.38) se réduit à la projection de normalisation pour chaque colonne  $\mathcal{P}_{\mathcal{C}}(\mathbf{A})$  comme dans (3.42).

---

**Algorithme 4 : BSS-PALM**

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ ,  $\mathbf{A}^{(1)} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $L^{1,(1)} = \|\mathbf{A}^{(1)}\|_F^2$ ,  
 $L^{2,(1)} = \|\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \boldsymbol{\Phi}^H\|_F^2$ ,  $j = 1$ ;

**repeat**

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)}) = -\mathbf{A}^{(j)T} (\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)} \boldsymbol{\alpha}^{(j)} \boldsymbol{\Phi}^H) \boldsymbol{\Phi}$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L^{1,(j)}}(\boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{1}{L^{1,(j)}} \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)}))$ ;
3.  $\nabla_{\mathbf{A}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}, \mathbf{A}^{(j)}) = -(\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H) \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H}$ ;
4.  $\mathbf{A}^{(j+1)} = \mathcal{P}_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}^{(j)} - \frac{1}{L^{2,(j)}} \nabla_{\mathbf{A}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}, \mathbf{A}^{(j)}))$ ;
5.  $L^{1,(j+1)} = \|\mathbf{A}^{(j+1)}\|_F^2$ ;
6.  $L^{2,(j+1)} = \|\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H\|_F^2$ ;
7.  $j = j + 1$ ;

**until** *convergence*;

---

Avec les opérateurs proximaux ci-dessus, nous présentons l'algorithme proposé dans l'algorithme 4. Dans ce qui suit, nous nous référons à cet algorithme comme BSS-PALM. Dans l'algorithme 4, Les étapes 1 et 2 mettent les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  à jour avec la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  estimée. Les étapes 3 et 4 mettent à jour la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  pour les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  estimée. Les étapes 5 et 6 ré-estiment les deux constantes de Lipschitz.

Dans cet algorithme, l'hyper-paramètre  $\lambda$  doit être choisi a priori.  $\lambda$  est directement liée au niveau de parcimonie des sources estimées. Le choix de cet hyper-paramètre sera discuté dans la section expérimentale (section 4.5).

## 4.2 Une revisite de sparse-ICA

---

Les méthodes d'ICA sont basées sur l'hypothèse d'indépendance des sources, tandis que l'approche SCA est basée sur la parcimonie, qui est une propriété mathématique différente que l'indépendance. Ces deux types de méthodes ont été considérés comme complètement différentes [CJ10]. Cependant, nous montrons dans cette section qu'elles sont fortement liées. En outre, nous développons un nouveau cadre pour combiner ces deux approches.

Pour SCA, nous généralisons d'abord (4.3) comme suit :

$$\min_{\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\Phi}^H\|_F^2 + \lambda h(\boldsymbol{\alpha}) + g(\mathbf{A}), \quad (4.10)$$

où les fonction  $h$  et  $g$  sont respectivement les termes de pénalité pour  $\boldsymbol{\alpha}$  et  $\mathbf{A}$ .

### Interprétation par maximum a posteriori

La minimisation (4.10) peut s'interpréter comme le *maximum a posteriori* (MAP) du modèle bayésien suivant :

- Le bruit additif suit une loi normale centrée de variance  $\sigma_0^2$  :  $\mathbf{N} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_0^2)$ , où  $\sigma_0$  est la variance du bruit qui est liée au paramètre  $\lambda$  dans (4.10),
- Les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  des sources suivent une loi proportionnelle à  $\exp(-\lambda h(\boldsymbol{\alpha}))$ ,
- La matrice de mélange  $\mathbf{A}$  suit une loi proportionnelle à  $\exp(-g(\mathbf{A}))$ .

Ainsi, l'estimateur joint du maximum a posteriori de ce modèle revient à minimiser sa logvraisemblance négative, et donc au problème d'optimisation (4.10).

## ICA ou SCA ?

Pour l'ICA, il a été affirmé dans [DRT<sup>+</sup>09] que deux des méthodes ICA les plus utilisées pour l'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle (fMRI) – Infomax et FastICA – séparent des sources parcimonieuses plutôt que des sources indépendantes. La conclusion est que la conception mathématique d'un meilleur outil d'analyse pour l'imagerie fMRI cérébrale devrait mettre l'accent sur d'autres caractéristiques, comme la parcimonie, plutôt que l'indépendance. Une explication donnée est que la minimisation  $\ell_1$  basée sur la parcimonie peut être connectée à InfoMax et FastICA, car ces deux méthodes d'ICA supposent souvent implicitement que les composantes indépendantes suivent une distribution gaussienne généralisée, qui inclut les sources parcimonieuses modélisées par la minimisation  $\ell_1$ .

Cette conclusion est discutée dans [CPP<sup>+</sup>13] où les auteurs montrent que ces deux algorithmes sont en effet pertinents pour la récupération des sources fMRI indépendantes. Cependant, les connexions entre ICA et SCA apparaissent à plusieurs reprises. Dans [DF01], il est montré que les méthodes ICA fonctionnent mieux dans le domaine transformé comme les curvelets ou les ridgelets, et justifient l'utilisation de la kurtosis dans ICA par un point de vue de codage parcimonieux. Cette remarque a déjà été faite dans [HHO97] à la fin des années 90. L'indépendance peut être considérée comme une conséquence de la parcimonie et l'estimation de la matrice de mélange pour les mélanges sous-déterminés est effectuée en exploitant la parcimonie des sources dans le domaine transformé ce qui signifie que cette estimation conduit implicitement aux sources indépendantes.

Revenons au modèle ICA sous forme matricielle (3.1) :

$$\mathbf{X} = \mathbf{AS}, \quad (4.11)$$

et nous supposons pour l'instant que  $M = N$ . Comme les sources sont supposées indépendantes, les méthodes d'ICA tiennent compte de la contrainte de décorrélation numérique :

$$\mathbf{SS}^T = \mathbf{I}. \quad (4.12)$$

Dans ce qui suit, nous montrons que les méthodes ICA basées sur Infomax et les méthodes basées sur la poursuite de la projection sont fortement liées à l'approche SCA (4.10).

### 4.2.1 ICA par Infomax/Maximum de vraisemblance

Nous rappelons le critère utilisé par la méthode d'ICA basée sur Infomax (3.20) :

$$\max_{\mathbf{W}} \mathbb{E} \left( \sum_{n=1}^N \log(p_n(\mathbf{w}_n^T \mathbf{X})) \right) + \log(|\det \mathbf{W}|), \quad (4.13)$$

sous la contrainte d'orthogonalité comme montré dans (3.13) :

$$\mathbf{W}\mathbf{W}^T = \mathbf{W}^T\mathbf{W} = \mathbf{I}, \quad (4.14)$$

où  $p_n$  est la densité de probabilité de la source  $\mathbf{s}_n$ .

Les auteurs de [ZP01] ont montré que la formulation (4.10) et le problème (4.13) sont équivalents dans le scénario déterminé sans bruit, avec  $\Phi$  une base orthogonale. Plus précisément, lorsque  $\Phi$  est une base orthogonale, il existe une équivalence entre les coefficients de synthèse  $\alpha$  tels que  $\mathbf{S} = \alpha\Phi^H$  et les coefficients d'analyse  $\tilde{\mathbf{S}}$ . Alors, on a :

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{A}\alpha, \quad (4.15)$$

avec  $\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X}\Phi$  les coefficients d'analyse de  $\mathbf{X}$ . En notant  $\mathbf{W} = \mathbf{A}^{-1}$ , (4.15) devient :

$$\mathbf{W}\tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{S}} = \alpha. \quad (4.16)$$

En réinjectant (4.16) dans (4.10), l'optimisation devient :

$$\min_{\tilde{\mathbf{S}}, \mathbf{W}} \frac{1}{2} \|\mathbf{W}\tilde{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{S}}\|_F^2 + \lambda h(\tilde{\mathbf{S}}) + g(\mathbf{W}). \quad (4.17)$$

Dans le cas non bruité on a donc :

$$\|\mathbf{W}\tilde{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{S}}\|_F^2 = 0. \quad (4.18)$$

Avec les choix :

$$g(\mathbf{W}) = -N \log(|\det \mathbf{W}|), \quad (4.19)$$

et

$$h(\tilde{\mathbf{S}}) = h(\mathbf{W}\tilde{\mathbf{X}}) = \mathbb{E} \left( \sum_{n=1}^N \log(p_n(\mathbf{w}_n^T \tilde{\mathbf{X}})) \right), \quad (4.20)$$

où  $\mathbf{w}_n$  est le vecteur composant la  $n$ -ième ligne de  $\mathbf{W}$ , on retrouve l'objectif (4.13).

D'autre part, si l'on suppose que la pénalité  $h(\alpha)$  dans (4.10) est séparable source par source :

$$h(\alpha) = \sum_{n=1}^N h_n(\alpha_n),$$

alors la formulation ci-dessus reflète implicitement l'indépendance statistique des sources en utilisant l'interprétation par *maximum a posteriori* (MAP) dans le contexte bayésien.

Par conséquent, ICA par Infomax/maximum de vraisemblance sur les coefficients d'analyse et le SCA dans sa forme générale (4.10) sont équivalents lorsque  $\Phi$  est orthonormale. Par conséquent, lorsque la pénalité  $h$  est séparable source

par source, celle-ci reflète une hypothèse d'indépendance des sources si l'on prend l'interprétation du MAP. Ce lien montre que l'approche parcimonieuse (4.10) avec les coefficients de synthèse  $\alpha$  peut être considérée comme une généralisation des techniques Infomax/maximum de vraisemblance capable de traiter des mélanges avec du bruit et en sous-déterminés.

Enfin, les choix possibles présentés dans [ZP01] pour les densités des sources  $p_n$  dans les approches de type Infomax/Maximum de vraisemblance aboutissent à une pénalité  $h$  qui favorisent effectivement la parcimonie des sources. On trouve en particulier le choix d'une distribution de type gaussienne généralisée qui aboutissent à une pénalité du type

$$h(\alpha) = \sum_{n=1}^N \sum_{f,\tau} |\alpha_n(f, \tau)|^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.21)$$

où  $\gamma > 1$  est le paramètre de forme de la distribution gaussienne généralisée.

## 4.2.2 ICA par poursuite de projection

Nous rappelons d'abord la formulation de l'ICA par poursuite de projection (3.35), sur les coefficients d'analyse :

$$\begin{cases} \max_{\mathbf{W}} J(\mathbf{W}\tilde{\mathbf{X}}) \\ \text{s.c} \mathbf{W}\mathbf{W}^T = \mathbf{W}^T\mathbf{W} = \mathbf{I}, \end{cases} \quad (4.22)$$

où  $J$  est une mesure de non gaussianité. Si  $\tilde{\mathbf{X}}$  est le mélange pré-blanchi (dans le domaine transformée), l'étude faite dans la sous-section 3.1.2 montre qu'on peut ré-écrire ce problème d'optimisation sur  $\mathbf{W}$  comme un problème d'optimisation joint sur  $\mathbf{A}$  et  $\tilde{\mathbf{S}}$  par simple changement de variables :

$$\begin{cases} \max_{\mathbf{A}, \tilde{\mathbf{S}}} J(\tilde{\mathbf{S}}) \\ \text{s.c.} \tilde{\mathbf{S}}\tilde{\mathbf{S}}^T = \mathbf{I} \text{ et } \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{S}}, \end{cases} \quad (4.23)$$

Un exemple courant pour le critère  $J$  est le kurtosis des coefficients. Si l'on note  $\tilde{\mathbf{s}}_n = \{\tilde{s}_n(\tau, f)\}$  l'ensemble des coefficients temps-fréquence de la source  $n$ , supposées de moyenne nulle, ce critère peut s'écrire

$$J(\tilde{\mathbf{S}}) = \sum_{n=1}^N \text{Kurt}(\tilde{\mathbf{s}}_n) = \sum_{n=1}^N \frac{\sum_{\tau,f} |\tilde{s}_n(f, \tau)|^4}{\left(\sum_{\tau,f} |\tilde{s}_n(f, \tau)|^2\right)^2}.$$

Il est important de noter que la maximisation du kurtosis équivaut à minimiser le critère de parcimonie  $\frac{\ell_p}{\ell_q}$  définie dans [Li14] avec  $p = 2$  et  $q = 4$ , qui a été utilisée pour la déconvolution aveugle. De plus, d'autres choix sont également possibles, comme l'approximation lisse de la norme  $\ell_0$  tel que proposée dans [GWZ<sup>+</sup>16] ou l'approximation avec la nég-entropie utilisées dans FastICA (voir [CJ10]).

### 4.2.3 - Vers une formulation générale de Sparse-ICA

---

Si  $\Phi$  est une base orthogonale dans (4.10), et si l'on fait le choix particulier :

$$h(\tilde{\mathbf{S}}) = J(\tilde{\mathbf{S}}), \quad (4.24)$$

avec la contrainte de décorrélation numérique

$$\tilde{\mathbf{S}}\tilde{\mathbf{S}}^T = \mathbf{I}, \quad (4.25)$$

on voit que la formulation (4.10), lorsque  $\lambda \rightarrow 0$  (c'est à dire, pour une contrainte de reconstruction parfaite des observations en l'absence de bruit additif), est une généralisation de (4.23).

Par conséquent, lorsque  $\Phi$  est une base orthogonale, ICA basée sur Infomax/maximum de vraisemblance et sur la poursuite de projection peuvent être formulées comme un problème d'optimisation (4.10) pour les mélanges déterminés sans bruit.

### 4.2.3 Vers une formulation générale de Sparse-ICA

L'avantage de (4.10) par rapport à l'ICA est qu'il peut traiter les mélanges sous-déterminés et / ou les mélanges avec du bruit. Pour le cas général (déterminé, sous-déterminé, avec et sans bruit), nous proposons la formulation suivante de "Sparse-ICA" :

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + h(\boldsymbol{\alpha}) + g(\mathbf{A}) \\ \text{s.c. } \mathbf{S} = \boldsymbol{\alpha}\Phi^H \text{ et } \mathbf{S}\mathbf{S}^T = \mathbf{D}, \end{cases} \quad (4.26)$$

où  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  est une matrice diagonale. Afin de prendre en compte l'indépendance des sources, on supposera que la pénalité  $h$  est séparable selon les sources :

$$h(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{n=1}^N h_n(\boldsymbol{\alpha}_n).$$

Dans ce chapitre, pour des raisons de simplicité, nous nous en tenons à la norme  $\ell_1$  pour les coefficients de synthèse :

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \iota_C(\mathbf{A}) \\ \text{s.c. } \boldsymbol{\alpha}\Phi^H\Phi\boldsymbol{\alpha}^H = \mathbf{D}. \end{cases} \quad (4.27)$$

## 4.3 Algorithmes pour Sparse ICA

---

Le problème d'optimisation (4.27) est difficile en raison des facteurs suivants :

- **Non convexe** : le problème n'est pas convexe par rapport aux inconnues.
- **Non différentiable** : en raison du terme  $\lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1$ , le problème n'est pas différentiable.
- **Contrainte quadratique** : La contrainte  $\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\Phi\boldsymbol{\alpha}^H = \mathbf{D}$  est quadratique.

Malgré les difficultés, dans ce chapitre, nous proposons d'utiliser trois algorithmes pour résoudre le problème :

1. Dans un cas particulier, le problème peut être abordé par un algorithme basé sur l'optimisation alternée.
2. Dans le cas général, nous proposons d'utiliser une méthode de type "méthodes des directions alternées" (alternating direction method of multipliers – ADMM).
3. Basé sur l'algorithme de type ADMM, nous proposons une version simplifiée.

### 4.3.1 Une modification simple de BSS-PALM

Dans cette sous-section, nous considérons un cas particulier : les mélanges déterminés sans bruit.

Nous considérons d'abord le problème d'optimisation suivant

$$\min_{\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}). \quad (4.28)$$

Par rapport à (4.27), nous ignorons la contrainte de décorrélation  $\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\Phi\boldsymbol{\alpha}^H = \mathbf{D}$  et ajoutons un terme de pénalité pour la matrice de mélange  $\frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\|_2^2$ . Cependant, un regard plus attentif montre que les problèmes (4.28) et (4.3) sont en fait équivalents : la fonction indicatrice  $\iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A})$  force la normalisation de chaque colonne de  $\mathbf{A}$ ,  $\frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\|_2^2$  est donc une constante qui ne change pas le minimiseur.

Nous montrons que, en résolvant le problème (4.28) avec l'algorithme BC-VMFB [CPR13], la contrainte de décorrélation numérique sera satisfaite à la convergence.

A partir de l'algorithme de mise à jour (2.43) et (2.44) présenté en 2.4.4, pour le problème (4.28), nous choisissons les substitutions suivantes :

$$\begin{aligned} F(\boldsymbol{\alpha}) &= \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1, \\ Q(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{A}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\|_F^2, \\ G(\mathbf{A}) &= \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}), \end{aligned} \quad (4.29)$$

et les choix particuliers :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{1,(j)} &= L^{(j)} \mathbf{I}, \\ \mathbf{U}^{2,(j)} &= \frac{\partial Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}, \mathbf{A})^2}{\partial^2 \mathbf{A}} = \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \Phi^H \Phi \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H} + \mu \mathbf{I}, \\ t^{1,(j)} &= t^{2,(j)} = 1. \end{aligned} \quad (4.30)$$

où  $L^{(j)}$  est la constantes de Lipschitz de la fonction  $\boldsymbol{\alpha} \mapsto Q(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{A}^{(j)})$ .

Nous présentons l'algorithme obtenu dans l'algorithme 5. Dans cet algorithme, les étapes 1 et 2 mettent à jour les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  pour la matrice de mélange  $\mathbf{A}^{(j)}$  estimée. Les étapes 3, 4 et 5 mettent à jour la matrice de mélange  $\mathbf{A}$

### 4.3.1 - Une modification simple de BSS-PALM

---

#### Algorithme 5 : BSS-Regu

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ ,  $\mathbf{A}^{(1)} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $L^{(1)} = \|\mathbf{A}^{(1)}\|_F^2$ ,  $j = 1$ ;

repeat

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)}) = -\mathbf{A}^{(j)T} (\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)} \boldsymbol{\alpha}^{(j)} \boldsymbol{\Phi}^H) \boldsymbol{\Phi}$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L^{(j)}}(\boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{1}{L^{(j)}} \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)}))$ ;
3.  $\nabla_{\mathbf{A}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}, \mathbf{A}^{(j)}) = -(\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H) \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H} + \mu \mathbf{A}^{(j)}$ ;
4.  $\mathbf{U}^{2,(j+1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H} + \mu \mathbf{I}$ ;
5.  $\mathbf{A}^{(j+1)} = \text{prox}_{\mathbf{U}^{2,(j+1)}, \mathcal{C}}(\mathbf{A}^{(j)} - \nabla_{\mathbf{A}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}, \mathbf{A}^{(j)}) \mathbf{U}^{2,(j+1)^{-1}})$ ;
6.  $L^{(j+1)} = \|\mathbf{A}^{(j+1)}\|_F^2$ ;
7.  $j = j + 1$ ;

until convergence;

---

grâce à l'opérateur de proximal généralisé (dans l'étape 5). L'étape 6 met à jour la constante de Lipschitz  $L$ .

Dans l'algorithme 5, l'étape de mise à jour de la matrice de mélange peut être réécrite :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(j+1/2)} &= \mathbf{A}^{(j)} - (-\mathbf{X} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H} + \mathbf{A}^{(j)} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H} + \mu \mathbf{A}^{(j)}) \\ &\quad (\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H} + \mu \mathbf{I})^{-1} \\ &= \mathbf{X} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H} (\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H} + \mu \mathbf{I})^{-1}, \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\mathbf{A}^{(j+1)} = \text{prox}_{\mathbf{U}^{2,(j+1)}, \mathcal{C}}(\mathbf{A}^{(j+1/2)}). \quad (4.32)$$

Comme le choix du paramètre  $\mu$  ne change pas le minimiseur, en choisissant  $\mu$  suffisamment grand, la mise à jour de  $\mathbf{A}$  devient :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(j+1/2)} &= \mathbf{X} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H}, \\ \mathbf{a}_n^{(j)} &= \mathbf{a}_n^{(j+1/2)} / \|\mathbf{a}_n^{(j+1/2)}\|, \quad n = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (4.33)$$

où  $\mathbf{a}_n^{(j+1/2)}$  est la  $n$ -ième colonne de la matrice  $\mathbf{A}^{(j+1/2)}$ .

Grâce à (4.33), nous donnons l'algorithme BSS-Regu simplifié dans l'algorithme 6

La proposition suivante illustre que les sources estimées sont décorréelées pour les mélanges sur-déterminées sans bruit.

**Proposition 7.** Soit  $(\mathbf{A}^*, \boldsymbol{\alpha}^*)$  un minimiseur de (4.28) obtenu avec l'algorithme 6, et soit  $\mathbf{S}^* = \boldsymbol{\alpha}^* \boldsymbol{\Phi}^H$ . Alors, si  $M \geq N$ ,  $\mathbf{S}^* \mathbf{S}^{*T} = \mathbf{D}$  lorsque  $\lambda \rightarrow 0$ , où  $\mathbf{D}$  est une matrice diagonale.

*Démonstration.* L'hyper-paramètre  $\lambda$  permet une balance entre l'attache aux données  $\frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\Phi}^H\|_F^2$  et le terme de pénalité  $\|\boldsymbol{\alpha}\|_1$ . Cependant,  $\lambda \rightarrow 0$  ne signifie

---

**Algorithme 6** : BSS-Regu simplifié
 

---

 Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ ,  $\mathbf{A}^{(1)} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $L^{(1)} = \|\mathbf{A}^{(1)}\|_F^2$ ,  $j = 1$ ;

**repeat**

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)}) = -\mathbf{A}^{(j)T} (\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)} \boldsymbol{\alpha}^{(j)} \boldsymbol{\Phi}^H) \boldsymbol{\Phi}$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L^{(j)}}(\boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)})}{L^{(j)}})$ ;
3.  $\mathbf{A}^{(j+1)} = \mathcal{P}_C(\mathbf{X} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H})$ ;
4.  $L^{(j+1)} = \|\mathbf{A}^{(j+1)}\|_F^2$ ;
5.  $j = j + 1$ ;

**until** *convergence*;
 

---

pas que le terme de pénalité n'a plus d'influence. Lorsque  $\lambda \rightarrow 0$ , la minimisation de (4.28) revient au problème (voir [Wei08]) :

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}} \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \iota_C(\mathbf{A}) \\ \text{s.c. } \mathbf{X} = \mathbf{A} \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\Phi}^H. \end{cases} \quad (4.34)$$

D'une part, si  $(\mathbf{A}^*, \boldsymbol{\alpha}^*)$  est le minimiseur de (4.34), on a :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^* \mathbf{S}^* = \mathbf{A}^* \boldsymbol{\alpha}^* \boldsymbol{\Phi}^H. \quad (4.35)$$

D'autre part, à la convergence, l'étape de mise à jour pour  $\mathbf{A}$  garantit que :

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{X} \mathbf{S}^{*T} \mathbf{D}, \quad (4.36)$$

où  $\mathbf{D}$  est une matrice diagonale pour s'assurer la contrainte de normalisation sur chaque colonne de  $\mathbf{A}$ . Ensuite en combinant les deux équations ci-dessus, on a :

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^* \mathbf{S}^* \mathbf{S}^{*T} \mathbf{D}. \quad (4.37)$$

Sous la condition  $M \geq N$ , cela signifie que :

$$\mathbf{S}^* \mathbf{S}^{*T} = \mathbf{D}^{-1}. \quad (4.38)$$

□

Cet algorithme convient dans le cas déterminé sans bruit avec la contrainte de décorrélation. Cependant, on peut toujours appliquer cet algorithme dans d'autres cas. Même si la contrainte de décorrélation n'est alors pas garantie, l'utilisation des dérivées de second ordre dans (4.30) permet de voir cet algorithme comme une version accélérée de BSS-PALM. Même si le terme  $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H}$  est négligeable devant  $\mu \mathbf{I}$  lorsque  $\mu$  est grand, l'utilisation de la dérivée de second ordre accélère encore la convergence de l'algorithme [CPR13]. Ce phénomène est aussi supporté par les expériences.

### 4.3.2 Approche de type ADMM pour Sparse ICA

Dans le cas général, nous proposons d'utiliser une approche de type ADMM pour résoudre le problème (4.27).

ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers) est une méthode pour l'optimisation convexe avec contrainte linéaire [BPC<sup>+</sup>11]. Nous reformulons d'abord le problème en introduisant une variable supplémentaire comme suit :

$$\begin{cases} \arg \min_{\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}) + \iota_{\text{deco}}(\mathbf{S}) \\ \text{s.c. } \mathbf{S} = \boldsymbol{\alpha}\Phi^H, \end{cases} \quad (4.39)$$

où  $\iota_{\text{deco}}$  est une fonction indicatrice de la contrainte de décorrélation pour  $\mathbf{S}$  :

$$\iota_{\text{deco}}(\mathbf{S}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathbf{S}\mathbf{S}^T = \mathbf{D}, \text{ avec } \mathbf{D} \text{ diagonale} \\ +\infty & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.40)$$

Nous présentons d'abord la proposition [EO03] suivante qui est cruciale pour l'algorithme proposé.

**Proposition 8.** *Soit  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^N$  un vecteur aléatoire de moyenne nulle avec une matrice de covariance définie positive  $\Sigma_{\mathbf{s}}$ . Soit  $\mathbf{W}$  la transformation de décorrélation optimale qui minimise l'erreur de moyenne quadratique (MSE) entre l'entrée  $\mathbf{s}(t)$  et la sortie  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{s}(t)$ , de sorte que sa matrice de covariance  $\Sigma_{\mathbf{y}}$  est diagonale :*

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{W}} \mathbb{E}((\mathbf{s}(t) - \mathbf{y}(t))^2) \\ \text{s.c. } \mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{s}(t), \Sigma_{\mathbf{y}} = \sigma_{\mathbf{y}}^2 \mathbf{I} \end{cases}$$

alors  $\mathbf{W} = \sigma_{\mathbf{y}} \Sigma_{\mathbf{s}}^{-1/2}$ .

En supposant que la matrice de covariance empirique  $\mathbf{S}\mathbf{S}^T$  converge vers la matrice de covariance  $\Sigma_{\mathbf{s}}$ , on peut donc choisir en pratique  $\mathbf{W} = \sigma_{\mathbf{y}} (\mathbf{S}\mathbf{S}^T)^{-1/2}$  lorsque T est grand.

Cette opération nous permet de trouver des signaux décorrélés qui partagent le même niveau d'énergie  $\sigma_{\mathbf{y}}$  qui est connu. Cependant, à partir du modèle direct (4.1), nous voyons que nous n'avons aucune garantie que les signaux estimés partagent le même niveau d'énergie en particulier dans les cas sous-déterminés. Pour résoudre ce problème, dans cette thèse, nous avons choisi de garder l'énergie de la sortie comme le même niveau d'énergie des signaux d'entrée  $\mathbf{S}$  qui conduit à :

$$\mathbf{W} = (\text{diag}(\mathbf{S}\mathbf{S}^T))^{-1/2} (\mathbf{S}\mathbf{S}^T)^{-1/2} \quad (4.41)$$

où  $\text{diag}$  désigne la matrice formée à partir des éléments diagonaux de la matrice.

Nous appliquons alors l'approche LPADMM (Linearized Preconditioned Alternating Direction Method of Multipliers) [OCLPJ15] pour résoudre le problème. Nous formulons d'abord le Lagrangien augmenté comme suit :

$$\begin{aligned} L(\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{s}, \boldsymbol{\eta}) = & \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}) \\ & + \iota_{\text{deco}}(\mathbf{S}) + \langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}\Phi^H \rangle + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2, \end{aligned} \quad (4.42)$$

où  $\boldsymbol{\eta}$  est la variable duale et  $\gamma$  est le paramètre de pénalité. Si on note  $F(\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{S}, \boldsymbol{\eta})$  la partie différentiable :

$$F(\mathbf{A}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{S}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2 + \langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}\Phi^H \rangle + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2, \quad (4.43)$$

et le terme d'erreur :

$$Q(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{A}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha}\Phi^H\|_F^2, \quad (4.44)$$

LPADMM minimise le Lagrangien augmenté (4.42) en mettant à jour itérativement les variables primales et duales selon les règles de mise à jour suivantes :

$$\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \underset{\boldsymbol{\alpha}}{\operatorname{argmin}} \langle \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{S}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}^{(j)}), \boldsymbol{\alpha} \rangle + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \frac{L^{F,(j)}}{2} \|\boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \boldsymbol{\alpha}\|_F^2, \quad (4.45)$$

$$\mathbf{S}^{(j+1)} = \underset{\mathbf{S}}{\operatorname{argmin}} \langle \boldsymbol{\eta}^{(j)}, \mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\Phi^H \rangle + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\Phi^H\|_F^2 + \iota_{\text{deco}}(\mathbf{S}), \quad (4.46)$$

$$\mathbf{A}^{(j+1)} = \underset{\mathbf{A}}{\operatorname{argmin}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}) + \iota_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}), \quad (4.47)$$

$$\boldsymbol{\eta}^{(j+1)} = \boldsymbol{\eta}^{(j)} + \gamma(\mathbf{S}^{(j+1)} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\Phi^H). \quad (4.48)$$

Dans le sous-problème (4.45),  $L^{F,(j)}$  est la constante de Lipschitz de  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{S}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}^{(j)})$  avec

$$\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{S}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}^{(j)}) = -\mathbf{A}^{(j)T}(\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)}\boldsymbol{\alpha}^{(j)}\Phi^H)\Phi - \boldsymbol{\eta}^{(j)}\Phi - \gamma(\mathbf{S}^{(j)} - \boldsymbol{\alpha}^{(j)}\Phi^H)\Phi. \quad (4.49)$$

En utilisant l'opérateur de seuillage-doux (2.27), (4.45) peut être réécrit comme :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} &= \underset{\boldsymbol{\alpha}}{\operatorname{argmin}} \langle \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{S}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}^{(j)}), \boldsymbol{\alpha} \rangle + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \frac{L^{F,(j)}}{2} \|\boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \boldsymbol{\alpha}\|_F^2 \\ &= \underset{\boldsymbol{\alpha}}{\operatorname{argmin}} \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 + \frac{L^{F,(j)}}{2} \left\| \boldsymbol{\alpha} - \left( \boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{S}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}^{(j)})}{L^{F,(j)}} \right) \right\|_F^2 \\ &= \mathcal{S}_{\lambda/L^{F,(j)}} \left( \boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{S}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}^{(j)})}{L^{F,(j)}} \right). \end{aligned} \quad (4.50)$$

Le sous-problème (4.46) peut être formulé comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{(j+1)} &= \underset{\mathbf{S}}{\operatorname{argmin}} \langle \boldsymbol{\eta}^{(j)}, \mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\Phi^H \rangle + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\Phi^H\|_F^2 + \iota_{\text{deco}}(\mathbf{S}) \\ &= \underset{\mathbf{S}}{\operatorname{argmin}} \langle \boldsymbol{\eta}^{(j)}, \mathbf{S} \rangle + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\Phi^H\|_F^2 + \iota_{\text{deco}}(\mathbf{S}) \\ &= \underset{\mathbf{S}}{\operatorname{argmin}} \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\Phi^H + \frac{\boldsymbol{\eta}^{(j)}}{\gamma}\|_F^2 + \iota_{\text{deco}}(\mathbf{S}), \end{aligned} \quad (4.51)$$

### 4.3.3 - Une version simplifiée de BSS-LPADMM

et peut être formulé avec la contrainte de décorrélation :

$$\begin{cases} \mathbf{S}^{(j+1)} = \underset{\mathbf{S}}{\operatorname{argmin}} \frac{\gamma}{2} \left\| \mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H + \frac{\boldsymbol{\eta}^{(j)}}{\gamma} \right\|_F^2 \\ \text{s.c. } \mathbf{S}\mathbf{S}^T = \mathbf{D}, \text{ avec } \mathbf{D} \text{ diagonale.} \end{cases} \quad (4.52)$$

Ce problème se résout grâce à la proposition 8. On cherche des signaux  $\mathbf{S}$  décorrés, qui sont le plus proche de  $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H + \frac{\boldsymbol{\eta}^{(j)}}{\gamma}$  en gardant leurs niveaux d'énergie par une transformation linéaire.

Enfin, le sous-problème (4.47) est abordé par descente de gradient projeté :

$$\mathbf{A}^{(j+1)} = \mathcal{P}_c \left( \mathbf{A}^{(j)} - \frac{1}{L^{(j)}} \nabla_{\mathbf{A}} Q(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}) \right), \quad (4.53)$$

où  $L^{(j)}$  est la constante de Lipschitz de la fonction :

$$\nabla_{\mathbf{A}} Q(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}) = -(\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} \boldsymbol{\Phi}^H) \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H}. \quad (4.54)$$

Nous présentons l'algorithme obtenu dans l'algorithme 7 et nous l'appelons BSS-LPADMM dans ce qui suit. Dans cet algorithme, les étapes 1 et 2 mettent à jour les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  pour la matrice de mélange  $\mathbf{A}^{(j)}$  fixée. L'étape 3 reconstruit les sources dans le domaine temporel à partir des coefficients de synthèses estimés. Les étapes 4, 5 et 6 permettent de faire la projection de décorrélation (on cherche des signaux décorrés qui sont le plus proches des signaux reconstruits par une transformation linéaire). Les étapes 7 et 8 mettent à jour la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  pour les sources ainsi estimées. Les étapes 10, 11 et 12 mettent à jour la variable duale et les constantes de Lipschitz.

La convergence des algorithmes ADMM dans un contexte non-convexe est actuellement à l'étude [WYZ15, YPC15], bien qu'ils soient utilisés en pratique pour des problèmes non convexe [CW13].

### 4.3.3 Une version simplifiée de BSS-LPADMM

L'algorithme BSS-LPADMM résout directement le problème (4.27) mais est soumis à un lourd coût de calcul. Par conséquent, nous concevons ici une version simplifiée dans l'algorithme 8 que nous appelons BSS-Deco.

Dans cet algorithme, les étapes 1 et 2 mettent à jour les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  pour le système de mélange estimé  $\mathbf{A}^{(j)}$ . Les sources  $\mathbf{S}$  sont ensuite ré-synthétisées à partir des coefficients de synthèse dans l'étape 3. On fait ensuite la projection de décorrélation des sources dans les étapes 4, 5 et 6. Enfin, la matrice de mélange est estimée, suivie d'une normalisation sur chaque colonne dans l'étape 7. On met à jour la constante de Lipschitz dans l'étape 8.

Comparé au BSS-LPADMM, nous avons mis la variable dual  $\boldsymbol{\eta}$  et le paramètre de pénalité  $\gamma$  à zéro. Pour l'étape de mise à jour de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$ , nous utilisons la même stratégie de BSS-Regu simplifié (l'algorithme 6) mais avec la version décorrélée des sources estimées. Malgré le manque de preuve de convergence, les expériences confirment ses bonnes performances.

---

**Algorithmme 7 : BSS-LPADMM**


---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ ,  $\mathbf{S}^{(1)} \in \mathbb{R}^{N \times T}$ ,  $\mathbf{A}^{(1)} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  
 $L^{F,(1)} = \|\mathbf{A}^{(1)}\|_F^2 + \gamma$ ,  $L^{(1)} = \|\boldsymbol{\alpha}^{(1)}\boldsymbol{\Phi}^H\|_F^2$ ,  $\boldsymbol{\eta}^{(1)} \in \mathbb{R}^{N \times T}$ ,  $j = 1$ ;

repeat

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{S}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}^{(j)}) = -\mathbf{A}^{(j)T}(\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)}\boldsymbol{\alpha}^{(j)}\boldsymbol{\Phi}^H)\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\eta}^{(j)}\boldsymbol{\Phi} - \gamma(\mathbf{S}^{(j)} - \boldsymbol{\alpha}^{(j)}\boldsymbol{\Phi}^H)\boldsymbol{\Phi}$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L^{F,(j)}}(\boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{1}{L^{F,(j)}}\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{S}^{(j)}, \boldsymbol{\eta}^{(j)}))$ ;
3.  $\mathbf{S}^{(j+1/2)} = \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\boldsymbol{\Phi}^H - \boldsymbol{\eta}^{(j)}/\gamma$ ;
4.  $\Sigma_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}} = \mathbf{S}^{(j+1/2)}\mathbf{S}^{(j+1/2)T}$ ;
5.  $\mathbf{W}_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}} = (\text{diag}(\Sigma_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}}))^{1/2}\Sigma_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}}^{-1/2}$ ;
6.  $\mathbf{S}^{(j+1)} = \mathbf{W}_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}}\mathbf{S}^{(j+1/2)}$ ;
7.  $\nabla_{\mathbf{A}} Q(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}) = -(\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)}\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\boldsymbol{\Phi}^H)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)H}$ ;
8.  $\mathbf{A}^{(j+1)} = \mathcal{P}_{\mathcal{C}}(\mathbf{A}^{(j)} - \frac{1}{L^{(j)}}\nabla_{\mathbf{A}} Q(\mathbf{A}^{(j)}, \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}))$ ;
9.  $\boldsymbol{\eta}^{(j+1)} = \boldsymbol{\eta}^{(j)} + \gamma(\mathbf{S}^{(j+1)} - \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\boldsymbol{\Phi}^H)$ ;
10.  $L^{F,(j+1)} = \|\mathbf{A}^{(j+1)}\|_F^2 + \gamma$ ;
11.  $L^{(j+1)} = \|\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\boldsymbol{\Phi}^H\|_F^2$ ;
12.  $j = j + 1$ ;

until convergence;

---



---

**Algorithmme 8 : BSS-Deco**


---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ ,  $\mathbf{A}^{(1)} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $L^{(1)} = \|\mathbf{A}^{(1)}\|_F^2$ ,  $j = 1$ ;

repeat

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)}) = -(\mathbf{X} - \mathbf{A}^{(j)}\boldsymbol{\alpha}^{(j)}\boldsymbol{\Phi}^H)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\alpha}^{(j)H}$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L^{(j)}}(\boldsymbol{\alpha}^{(j)} - \frac{1}{L^{(j)}}\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha}^{(j)}, \mathbf{A}^{(j)}))$ ;
3.  $\mathbf{S}^{(j+1/2)} = \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)}\boldsymbol{\Phi}^H$ ;
4.  $\Sigma_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}} = \mathbf{S}^{(j+1/2)}\mathbf{S}^{(j+1/2)T}$ ;
5.  $\mathbf{W}_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}} = (\text{diag}(\Sigma_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}}))^{1/2}\Sigma_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}}^{-1/2}$ ;
6.  $\mathbf{S}^{(j+1)} = \mathbf{W}_{\mathbf{S}^{(j+1/2)}}\mathbf{S}^{(j+1/2)}$ ;
7.  $\mathbf{A}^{(j+1)} = \mathcal{P}_{\mathcal{C}}(\mathbf{X}\mathbf{S}^{(j+1)T})$ ;
8.  $L^{(j+1)} = \|\mathbf{A}^{(j+1)}\|_F^2$ ;
9.  $j = j + 1$ ;

until convergence;

---

## 4.4 Paramètres pratiques

---

### 4.4.1 Nombre de sources

En pratique, le nombre de sources est généralement inconnu. En même temps, les méthodes de séparation diffèrent pour différents cas selon le nombre des sources,

il est donc important d'estimer ce nombre de sources avant la séparation. Les méthodes d'estimation du nombre de sources peuvent être divisées en deux catégories.

- **Le nombre de sources est estimé avec la matrice de mélange :** Comme présenté précédemment, la méthode DUET [YR04] et l'algorithme Demix [AGB10] sont basés sur l'hypothèse de parcimonie. Ils estiment la matrice de mélange en utilisant des méthodes de regroupement. Avec ces méthodes, le nombre de sources est estimé avec la matrice de mélange.
- **L'algorithme est robuste pour le nombre de sources estimé :** L'algorithme de [LCA04] est basé sur la minimisation de la norme  $\ell_1$ . Les auteurs ont montré que leur algorithme proposé était robuste au nombre de sources. Cela signifie que seule une limite supérieure grossière du nombre de sources est nécessaire. Ils ont montré par des expériences que si le nombre réel de sources est inférieur à celui estimé, en utilisant leur algorithme proposé, les canaux de sources supplémentaires seront d'énergie faible et n'ont pas d'influence sur les autres canaux de sources.

Basé également sur la minimisation de la norme  $\ell_1$ , les expériences montrent que les méthodes proposées sont aussi robustes au nombre de sources.

Nous avons alors utilisé une stratégie présentée dans l'algorithme 9 pour estimer le nombre de source en éliminant les canaux de sources supplémentaires pendant les itérations. Dans l'algorithme 9,  $I_M$  et  $I_m$  sont les indices des sources qui correspondent respectivement à la source de l'énergie maximale et minimale.  $E_{I_M}$  et  $E_{I_m}$  sont l'énergie correspondante.  $1/\epsilon$  est un seuil qui est empiriquement fixé à 3.5 dans nos expériences. La figure 4.1 affiche les résultats de la séparation avec BSS-Deco et soutient la robustesse de l'algorithme proposé au choix du nombre de sources.

---

**Algorithme 9** : BSS-Deco avec détermination du nombre de sources

---

**repeat**

1. Mettre à jour  $\alpha$ ,  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{A}$  selon les règles pour une itération de l'algorithme 8 ;
2. **if**  $E_{I_M}/E_{I_m} > 1/\epsilon$  **then**
  - └ Éliminer  $\mathbf{S}_{I_m}$ ,  $\alpha_{I_m}$  et  $\mathbf{A}_{I_m}$
3.  $j = j + 1$  ;

**until** *convergence*;

---

#### 4.4.2 Prétraitement de blanchiment

Le prétraitement de blanchiment est souvent utilisé pour les méthodes ICA dans le cas déterminé, et améliore largement les performances. Dans les expériences suivantes, nous effectuons ce prétraitement pour les méthodes ICA dans le cas déterminé. Pour les algorithmes proposés, nous comparons dans le cas déterminé les résultats avec et sans tel prétraitement.

## 4.5 Expériences

Après la présentation de la configuration expérimentale, nous discutons deux paramètres pratiques :

- le choix de l'hyper-paramètre  $\lambda$ ,
- la robustesse au choix du nombre de sources inconnu.

Nous comparons ensuite tous les algorithmes proposés en :

- (sur)-déterminé,
- sous-déterminé.

Nous avons également évalué les algorithmes avec un bruit blanc Gaussien additif dans les deux cas.

Les algorithmes sont évalués sur des mélanges créés avec dix ensembles de signaux utilisés dans [FK14], issus de la base de données SiSEC2011 [ANV<sup>+</sup>12], avec un taux d'échantillonnage à 11 kHz et une durée de 6 s. La matrice de mélange a été générée aléatoirement suivant une distribution normale (générée par la fonction *randn* sous Matlab) avec des colonnes normalisées. La transformée de Gabor a été calculée avec une fenêtre de Hann ajustée avec un recouvrement de 50%, d'une longueur de 512 échantillons (environ 46.5 ms) à l'aide de la boîte à outils LTFAT [STB12]. Dans tous les algorithmes proposés, la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}$  des sources sont initialisés par des signaux aléatoires suivant une distribution normale de moyenne nulle et de l'écart type  $\sigma = 1$ .

Les performances de séparation ont été évaluées à l'aide du rapport signal/distorsion (SDR) et du rapport signal/interférence (SIR) [VGF06]. Le SDR indique la qualité globale de chaque source estimée par rapport à la cible, alors que le SIR révèle la quantité de diaphonie résiduelle provenant des autres sources. Une plus grande valeur de SDR/SIR signifie une meilleure qualité de séparation.

En pratique, les algorithmes proposés BSS-PALM, BSS-Regu et BSS-Deco diffèrent essentiellement dans l'estimation de la matrice de mélange. Pour montrer l'amélioration apportée par la connaissance parfaite de la matrice de mélange, nous présentons deux méthodes oracles "non aveugles" lors des comparaisons. Ces deux oracles sont notés BSS-Oracle (correspondant à la version non aveugle de BSS-PALM, BSS-Regu<sup>1</sup> et BSS-Deco), et BSS-LPADMM-Oracle (correspondant à la version non aveugle de BSS-LPADMM). Plus précisément, BSS-Oracle est basé exclusivement sur la parcimonie, alors que BSS-LPADMM-Oracle est basé sur la parcimonie et la décorrélation.

Enfin, le paramètre  $\gamma$  pour BSS-ADMM a été fixé empiriquement à  $\gamma = 0.05$ .

### 4.5.1 Choix de l'hyper-paramètre $\lambda$

Plusieurs méthodes ont été étudiées pour le choix automatique de l'hyper-paramètre  $\lambda$  dans les problèmes inverses, tel que le GSURE projeté (voir [GEE11] et ses références) ou SUGAR [DVFP14]. Cependant, la plupart des méthodes proposées impliquent de calculer plusieurs solutions pour plusieurs  $\lambda$ , puis de choisir la

1. Par la suite, on note BSS-Regu pour BSS-Regu simplifié dans l'algorithme 6.

meilleure solution selon certains critères. Si une telle méthode aveugle est nécessaire pour certaines applications, il peut également être nécessaire de laisser l'utilisateur décider quelle est la meilleure solution. En particulier pour la restauration de signal (audio, image, vidéo...), le meilleur résultat acceptable ne correspond pas toujours à des critères "objectifs". Une telle discussion peut être trouvée par exemple dans [EVHH11] pour le signal audio.

Nous nous attachons dans ce chapitre à des choix simples pour l'hyper-paramètre  $\lambda$  :

- Si on suppose que le mélange est sans bruit, on choisit  $\lambda \rightarrow 0$  pour ne pas effectuer de "débruitage" sur l'estimation. En pratique, pour une petite valeur de  $\lambda$ , nous avons utilisé l'astuce de continuation aussi connue sous le nom de redémarrage à chaud ou de continuation de point fixe [HYZ08] : on exécute d'abord l'algorithme avec une grande valeur de  $\lambda$ , puis on diminue dans chaque itération le paramètre jusqu'à la valeur souhaitée.
- Si du bruit est ajouté, alors nous choisissons le  $\lambda$  donnant les meilleurs résultats en terme de SDR pour chaque algorithme. Ce choix est rarement le meilleur choix d'un point de vue subjectif, et ne peut pas être automatiquement fait en pratique. Cependant, il semble être le plus équitable, en donnant le meilleur résultat possible du point de vue du SDR (le SDR donnant la qualité globale de chaque source estimée par rapport à l'objectif).

En plus de ces deux choix "par défaut", nous proposons également une discussion sur l'influence de  $\lambda$  sur les résultats et proposons des choix numériques empiriques.

## 4.5.2 Robustesse au nombre de sources

Les expériences suivantes montrent que les algorithmes proposés ont des comportements similaires quant à la robustesse au nombre de sources.

Par souci de simplicité, nous ne montrons que les résultats obtenus dans le cadre sans bruit pour l'algorithme BSS-Deco. D'autres algorithmes conduisent à des résultats similaires, ou lorsque le mélange est corrompu par un bruit blanc gaussien.

Dans ces expériences, Nous avons fixé le nombre de microphones à  $M = 3$ . Nous avons fait varier le nombre *réel* de sources  $N_r$ , et sa borne supérieure  $N$  de 2 à 5. Nous avons utilisé la stratégie proposée dans l'algorithme 9 pour éliminer les canaux sources supplémentaires pendant les itérations. Les résultats ne sont évalués que lorsque le nombre estimé de sources correspond au nombre réel de sources. Les résultats sont représentés dans la figure 4.1 et confirment que les performances de séparation sont robustes au nombre de sources choisies.

Dans ce qui suit, nous supposons que le nombre de sources est parfaitement déterminé.

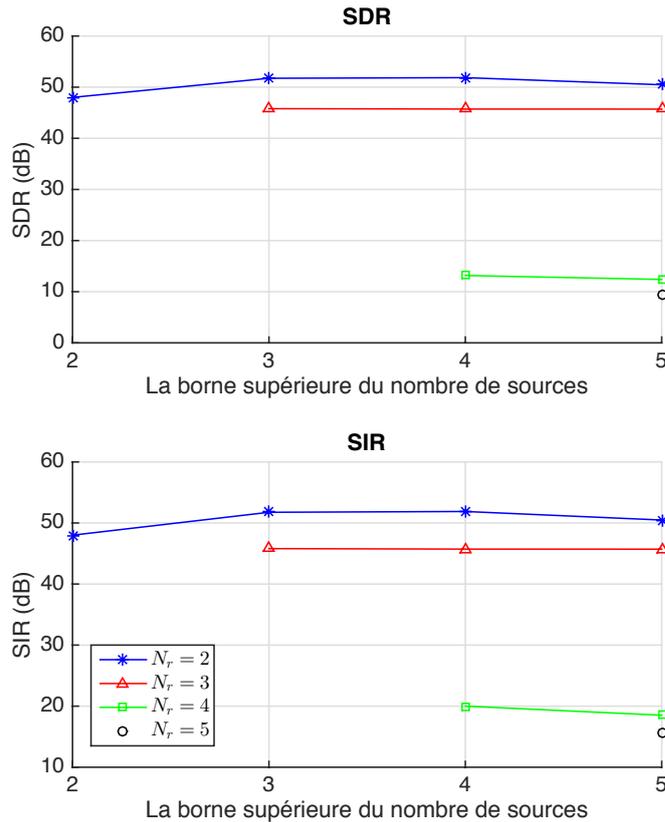


FIGURE 4.1 – Performances en fonction de la limite supérieure du nombre de sources pour différents cas.

### 4.5.3 Séparation (sur)-déterminée

Dans ce contexte, le nombre de sources est fixé à  $N = 3$  et le nombre de microphones varie de trois à dix (3, 5, 7 et 10). Nous évaluons d'abord les algorithmes dans le cas sans bruit.

#### Le cas sans bruit

Dans ce cas, nous fournissons les résultats obtenus par EFICA [KTO06] et l'identification aveugle du second ordre (SOBI) [BAMCM97] comme référence pour les approches d'ICA en utilisant la boîte à outils [CAS+07]. Dans le cas sans bruit, le blanchiment et la réduction de dimension utilisés dans ICA sont justifiés. Nous présentons donc les résultats obtenus par tous les algorithmes – à l'exception de l'approche ICA classique – avec et sans cette étape de prétraitement. Les résultats sont résumés dans le tableau 4.1.

Il est clair que l'étape de prétraitement améliore grandement les résultats pour BSS-PALM et GMCA, qui surpassent les autres approches d'environ 18 dB. La bonne performance de GMCA a déjà été signalée dans [BSFM07]. Parmi les approches proposées, BSS-PALM a la meilleure performance pour les mélanges

### 4.5.3 - Séparation (sur)-déterminée

TABLE 4.1 – Performances des différents algorithmes pour les mélanges sans bruit (sur)-déterminé pour  $N = 3$  (SDR/SIR). Sur une ligne, la meilleure performance est en noir et gras. Si la différence entre une performance et la meilleure est inférieure à 1 dB, elle est affichée en gras grisé. La dernière ligne montre les résultats avec blanchiment (avec blanchiment, les performances sont très similaires avec différent  $M$ , donc on n'affiche que celui avec  $M = 10$ ).

M	BSS-PALM	BSS-Regu	BSS-LPADMM	BSS-Deco	GMCA	EFICA	SOBI
3	17.0/17.0	<b>45.0/45.0</b>	41.6/41.6	<b>45.8/45.8</b>	17.8/17.8	-	-
5	19.4/19.4	<b>45.8/45.8</b>	44.3/44.3	<b>46.0/46.0</b>	18.0/18.0	-	-
6	25.6/25.6	<b>46.0/46.0</b>	<b>45.7/45.7</b>	<b>46.1/46.1</b>	22.8/22.8	-	-
7	29.9/29.9	<b>46.7/46.7</b>	<b>45.6/45.6</b>	<b>46.9/46.9</b>	27.5/27.5	-	-
10	39.3/39.2	<b>47.5/47.7</b>	<b>48.2/48.2</b>	<b>47.6/47.9</b>	38.3/38.3	-	-
B	<b>66.0/66.0</b>	48.4/48.4	48.4/48.4	48.3/48.3	<b>66.6/68.4</b>	49.5/49.5	37.3/37.3

(sur)-déterminés sans bruit avec le prétraitement de blanchiment. Cependant, sans l'étape de prétraitement, leurs performances sont les plus mauvaises. Nous croyons que les bonnes performances relatives de BSS-Regu, BSS-LPADMM et BSS-Deco sont dues à la contrainte de décorrélation. Il est également intéressant de noter que les performances des algorithmes proposés s'améliorent avec le nombre d'observations lorsqu'une telle étape de prétraitement n'est pas utilisée.

#### Le cas bruité

Dans cette expérience, nous nous limitons au cas déterminé, c'est-à-dire  $M = 3$ ,  $N = 3$ . Nous montrons d'abord la performance de séparation en fonction du niveau de bruit en entrée. Les résultats sont résumés dans la figure 4.2.

Encore une fois, BSS-Regu, BSS-LPADMM et BSS-Deco se comportent de la même manière en SDR et surpassent BSS-PALM surtout avec un SNR d'entrée élevé : pour un SNR = 21.6 dB, BSS-Regu, BSS-LPADMM et BSS-Deco surpassent GMCA d'environ 5 dB. En termes de SIR, BSS-LPADMM et BSS-Deco conduisent aux meilleures performances, comparables à BSS-LPADMM-Oracle (les différences ne dépassent pas 0.3 dB).

L'un des résultats les plus remarquables est que les deux réglages de l'oracle fonctionnent de la même manière que les algorithmes "aveugles" correspondants en termes de SDR, alors que BSS-PALM et BSS-Oracle obtiennent les deux pires SIR. Ce dernier point soutient l'intuition que la contrainte de décorrélation est particulièrement importante pour améliorer le SIR.

Nous montrons ensuite la performance en fonction du nombre de microphones dans le cas bruité. Dans ces expériences, un bruit blanc gaussien est ajouté pour atteindre un SNR d'entrée de 7.6 dB. Les résultats sont résumés sur la figure 4.3.

Des remarques similaires à celles du paragraphe précédent peuvent être faites : BSS-LPADMM et BSS-Deco atteignent les meilleures performances, comparables à BSS-LPADMM-Oracle, à la fois pour le SDR et le SIR, tandis que BSS-Oracle affiche de mauvaises performances en terme de SIR. Comme prévu, les SDR et SIR augmentent avec  $M$  pour tous les algorithmes.

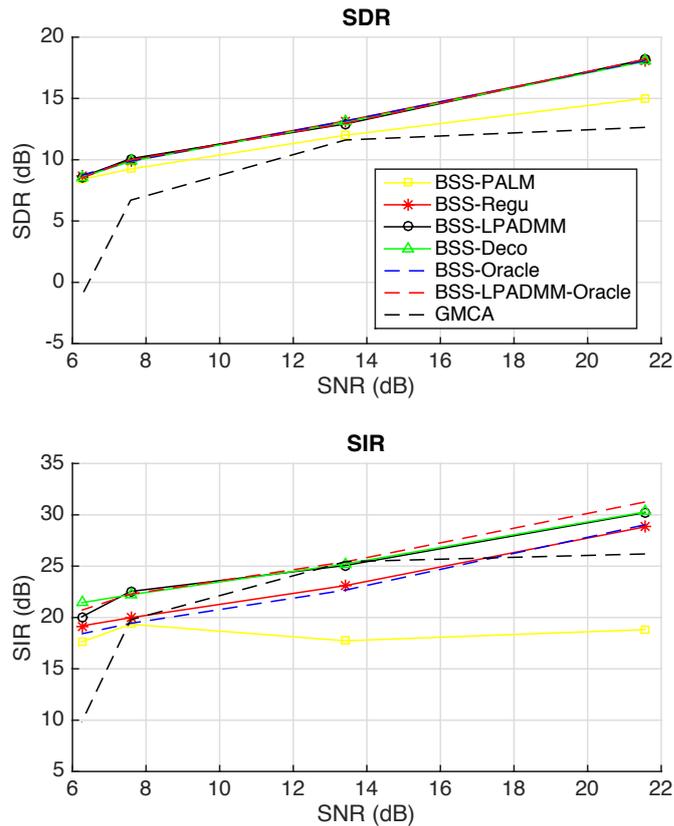


FIGURE 4.2 – Performances en fonction du SNR d’entrée dans le scénario déterminé ( $M = 3$ ,  $N = 3$ ).

À partir d’une vue *maximum a posteriori* (MAP) dans un contexte bayésien, l’hyperparamètre  $\lambda$  dans les algorithmes proposés est lié à la variance du bruit d’entrée et contrôle le niveau de parcimonie des sources estimées (niveau de la parcimonie ici signifie le pourcentage de valeur zéro dans le vecteur ou la matrice). Par conséquent, nous présentons les performances des algorithmes proposés en fonction du niveau de parcimonie de l’estimation sur la figure 4.4.

Dans ce cas, le comportement du SDR et du SIR est comparable. Nous pouvons remarquer que, pour BSS-Regu, BSS-LPADMM et BSS-Deco, la meilleure performance est obtenue lorsque le niveau de parcimonie est d’environ 85%. Empiriquement, ce niveau de parcimonie correspond numériquement à  $\lambda \simeq \sigma$  où  $\sigma$  est l’écart-type du bruit d’entrée. Cette observation nous permet de choisir le meilleur hyperparamètre en pratique si la variance du bruit est connue.

#### 4.5.4 Mélanges sous-déterminés

Le nombre de microphones varie de deux à cinq et le nombre de sources varie de trois à six. Nous comparons les algorithmes proposés aux approches à l’état de l’art où la matrice de mélange est d’abord estimée à l’aide de Demix [AGB10], alors que les sources sont estimées par le masquage temps-fréquence (DUET) [YR04], ou

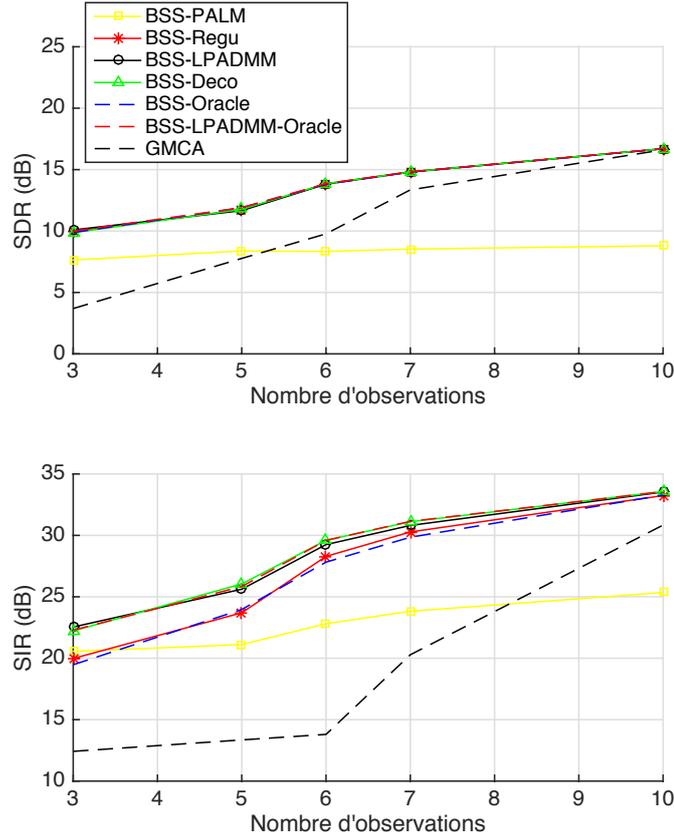


FIGURE 4.3 – Performances en fonction du nombre de microphones dans un scénario bruité surdéterminé avec  $N = 3$  et un SNR d'entrée égal à 7.6 dB.

par minimisation  $\ell_1$  des coefficients d'analyse [LAC<sup>+</sup>06]. Nous désignons ces deux méthodes par Demix-DUET et Demix- $\ell_1$  respectivement. Nous devons souligner que, par expérience, Demix ne peut pas fonctionner lorsque le nombre de sources est supérieur à 5 avec un nombre de microphone  $M = 2$ .

### Le cas sans bruit

Nous fixons d'abord le nombre de sources à  $N = 6$ . La table 4.2 montre l'évolution du SDR et du SIR par rapport au nombre de microphones. Comme la méthode DUET est développée pour le cas de deux microphones, ses performances ne sont pas affichées.

Sauf pour  $M = 2$ , Demix- $\ell_1$  atteint le meilleur SDR, mais la différence avec BSS-Deco et BSS-Regu est inférieure à 1 dB, tandis que BSS-Deco surpasse d'autres approches en terme de SIR. On peut remarquer que BSS-LPADMM-Oracle est également surpassé par BSS-Deco. Ce résultat montre que l'algorithme BSS-LPADMM proposé peut être sensible aux minima locaux.

On fixe dans la suite le nombre de microphone à  $M = 2$ . Nous donnons l'évolution des SDR et SIR par rapport au nombre de sources dans la figure 4.5.

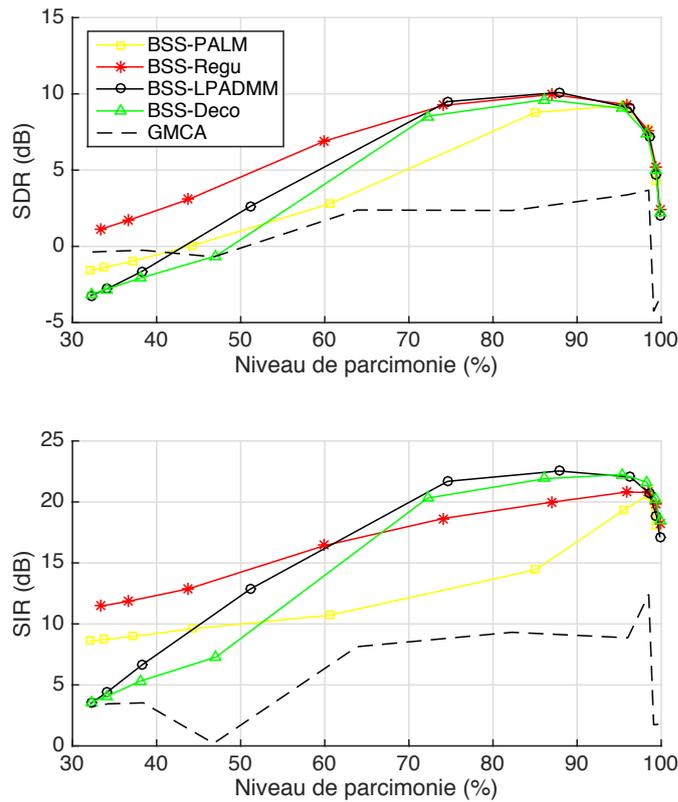


FIGURE 4.4 – Performances en fonction du niveau de parcimonie des sources estimées pour un SNR = 7.58 dB dans le scénario déterminé ( $M = 3$ ,  $N = 3$ ).

Comme prévu, les performances s’effondrent lorsque  $N$  augmente. Pour  $N \leq 4$ , toutes les approches à l’exception de BSS-PALM et Demix-DUET fournissent des résultats comparables en terme de SDR. BSS-Deco atteint le meilleur SIR (plus grand que BSS-Oracle et proche de BSS-LPADMM-Oracle). Pour  $N \geq 5$ , les performances de BSS-Deco s’effondrent en terme de SDR, mais surpassent d’autres algorithmes non-oracle en terme de SIR. BSS-Regu a le comportement contraire.

### Le cas bruité

La figure 4.6 montre les résultats de séparation des algorithmes proposés en fonction du SNR d’entrée, avec un nombre de sources fixé à  $N = 3$  et un nombre de microphones à  $M = 2$ .

De nouveau, les deux algorithmes oracles surpassent les autres en terme de SDR, alors que seul BSS-LPADMM-Oracle surpasses d’autres approches en terme de SIR, soutenant encore le fait que la prise en compte de la décorrélation améliore le SIR.

D’un point de vue du SDR, tous les algorithmes sont comparables, sauf Demix-DUET. BSS-PALM et Demix- $\ell_1$  fonctionnent un peu moins bien, mais la différence est inférieure à 1 dB. La principale différence entre les algorithmes est d’un point

#### 4.5.4 - Mélanges sous-déterminés

TABLE 4.2 – Performances des différents algorithmes dans un environnement sans bruit et sous-déterminé avec un nombre de sources  $N = 6$  (SDR/SIR). Sur une ligne, la meilleure performance est en noir et gras. Si la différence entre une performance et la meilleure est inférieure à 1 dB, elle est affichée en gras grisé.

M	BSS-PALM	BSS-Regu	BSS-ADMM	BSS-Deco	BSS-Oracle	BSS-LPADMM-Oracle	Demix- $\ell_1$
2	01.4 / 05.9	02.5 / 06.9	01.9 / 06.2	01.3 / 07.8	<b>03.0</b> / 07.9	02.5 / <b>09.2</b>	-
3	07.5 / 11.5	07.7 / 12.0	06.4 / 12.6	07.5 / <b>14.3</b>	07.9 / 12.5	06.7 / 13.0	<b>08.0</b> / 12.1
4	12.9 / 17.0	12.7 / 16.9	11.8 / 18.1	12.9 / <b>19.7</b>	<b>13.3</b> / 18.0	12.1 / 18.6	13.2 / 17.1
5	15.3 / 17.1	19.5 / 23.6	17.7 / 24.1	20.1 / <b>26.3</b>	<b>20.2</b> / 24.7	18.7 / 24.6	20.1 / 24.1

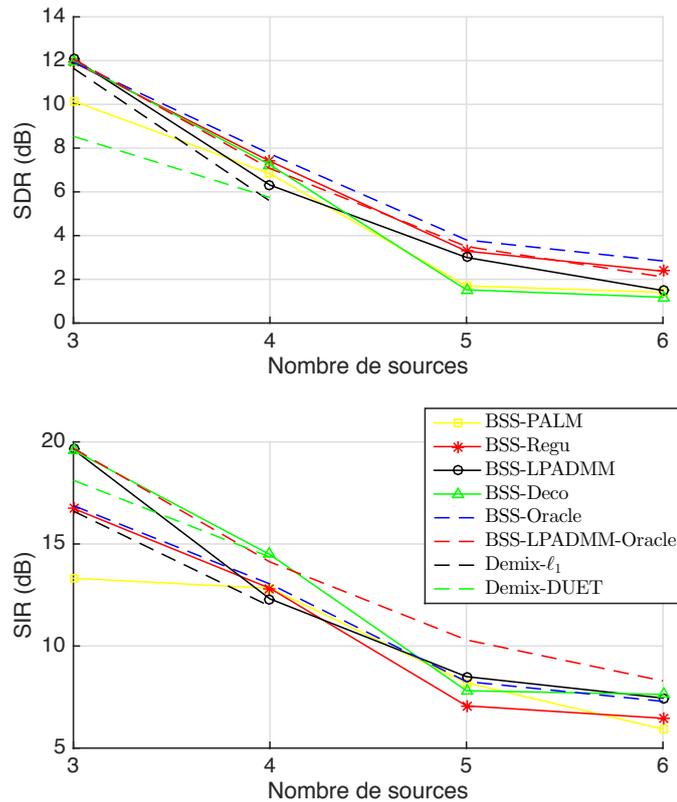


FIGURE 4.5 – Performances en fonction du nombre de sources dans le scénario sous-déterminé ( $M = 2$ )

de vue du SIR : BSS-LPADMM et BSS-Deco surpassent clairement les autres approches, y compris BSS-Oracle.

Nous présentons sur la figure 4.7 les performances de séparation en fonction du niveau de parcimonie de l'estimation pour un SNR en entrée de 23.43 dB.

Pour BSS-Regu, BSS-LPADMM et BSS-Deco, les meilleures performances sont obtenues lorsque le niveau de parcimonie est d'environ 80% en termes de SDR et environ 90% en termes de SIR. Pour BSS-PALM, la performance diminue rapidement à mesure que le niveau de parcimonie est décroissant de 95%. Pour choisir le meilleur hyperparamètre  $\lambda$  pour les algorithmes proposés, un compromis doit être réalisé entre le SDR et le SIR : une légère amélioration du SDR peut conduire à

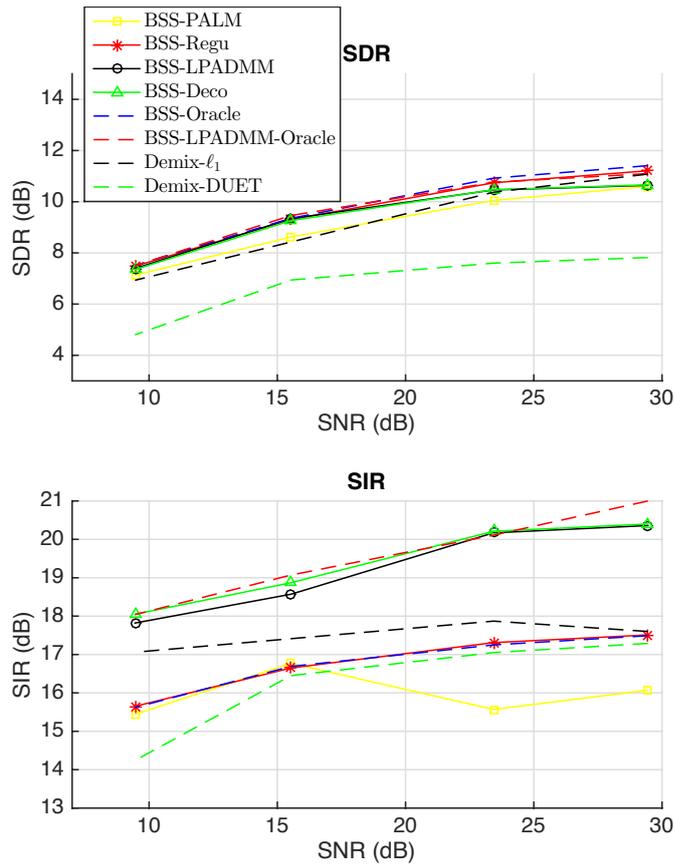


FIGURE 4.6 – Performances en fonction du SNR d’entrée dans le scénario sous-déterminé ( $M = 2$ ,  $N = 3$ ).

une forte diminution du SIR.

#### 4.5.5 Comparaison des temps de calculs

Nous terminons cette section d’expérimentations en donnant quelques indications sur le temps de calcul des différents algorithmes. Le tableau 4.3 montre le temps de calcul pour les algorithmes basés sur la parcimonie précédemment mentionnés avec 20000 itérations, qui sont le nombre d’itérations utilisées dans la pratique pour les expériences.

TABLE 4.3 – Temps de calcul pour différents algorithmes. La durée des signaux est 6 s. Le taux d’échantillonnage est 11 kHz. Le nombre de microphones est  $M = 2$ , le nombre de sources est  $N = 3$ .

BSS-Regu	BSS-PALM	BSS-LPADMM	BSS-Deco	GMCA	Demix- $\ell_1$
2790 s	1430 s	4780 s	2840 s	1600 s	1280 s

Le coût de calcul de BSS-LPADMM est important, ce qui est principalement due au temps de convergence lent et le coût de calcul important de chaque itération. Demix- $\ell_1$  est relativement rapide par rapport aux algorithmes proposés parce que

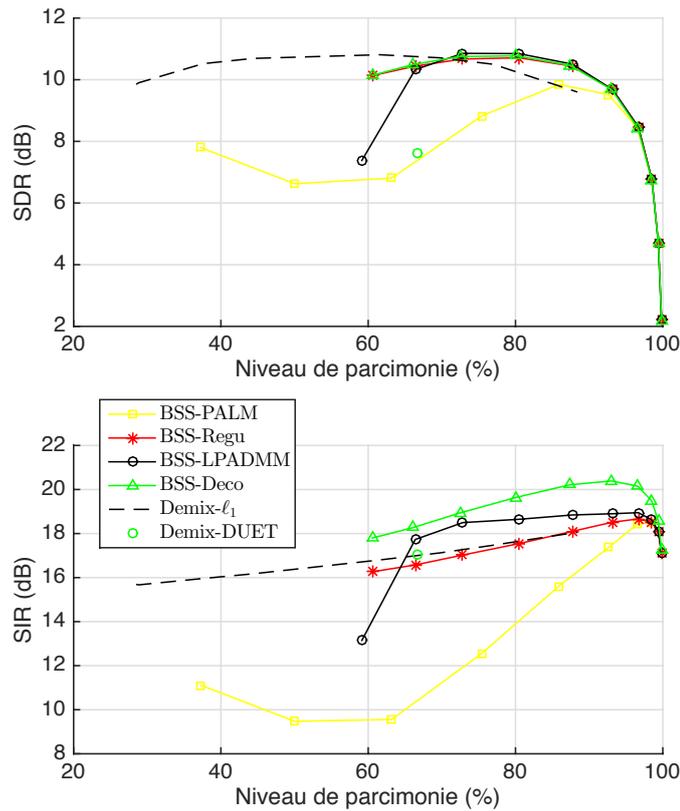


FIGURE 4.7 – Performances en fonction du niveau de parcimonie dans le cas sous-déterminé ( $M = 2$ ,  $N = 3$ ) avec  $\text{SNR}=23.4$  dB.

l’algorithme travaille dans le domaine temps-fréquence, ce qui évite la transformée de Gabor et la transformée de Gabor inverse dans chaque itération. Les temps de calcul pour EFICA et SOBI en utilisant la boîte à outils ICALAB [CAS<sup>+</sup>07] et la méthode Demix-DUET sont inférieurs à 1 seconde.

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le lien entre certaines méthodes d’ICA et les approches SCA pour le problème de séparation aveugle de source avec des mélanges instantanés. En combinant la contrainte de décorrélation dans le domaine temporel et l’optimisation de la parcimonie de synthèse, nous avons proposé un nouveau cadre de Sparse ICA pour généraliser ICA dans le scénario bruyant et sous-déterminé. Nous avons conçu plusieurs algorithmes itératifs pour résoudre le problème.

Les expériences numériques confirment clairement que, compte tenu de la décorrélation, les améliorations en terme de SIR ne permettent pas de dégrader le SDR. Cette affirmation est particulièrement soutenue par le fait que les algorithmes proposés BSS-LPADMM et BSS-Deco surpassent l’algorithme Oracle de séparation

de source non-aveugle sans aucune contrainte de décorrélation.

En ce qui concerne le temps de calcul des diverses approches utilisées dans la section expérimentale, il semble que les approches ICA demeurent les plus compétitives pour les mélanges sans bruit surdéterminé. Cependant, pour les mélanges bruités surdéterminés, BSS-Deco semble être beaucoup plus robuste que GMCA par rapport au SNR d'entrée et au nombre de sources inconnues, GMCA étant déjà connu pour être plus robuste au bruit que les méthodes d'ICA [BSFM07].

Enfin, pour les mélanges sous-déterminés (avec ou sans bruit), BSS-Deco semble être très compétitif : alors que son coût de calcul est deux fois supérieur à celui de Demix- $\ell_1$ , l'amélioration SIR est d'environ 1 dB pour un SNR d'entrée de 10 dB et 2 dB pour un SNR d'entrée de 20 dB, tandis que le SDR est légèrement supérieur (moins de 1 dB).



Deuxième partie

Mélanges convolutifs



# 5

## État de l'art : les mélanges convolutifs

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Approximation "instantanée" en bande étroite . . . . .</b>	<b>78</b>
5.1.1	Méthodes de séparation en deux étapes . . . . .	79
5.1.2	Méthode en une étape : NMF . . . . .	85
<b>5.2</b>	<b>Approximation "convolutive" en bande étroite . . . . .</b>	<b>91</b>
<b>5.3</b>	<b>Modèle en bande large . . . . .</b>	<b>92</b>
5.3.1	L'opération de mélange convolutif et ses opérateurs ad- jointes . . . . .	92
5.3.2	Séparation de source non aveugle . . . . .	95
5.3.3	Estimation du système de mélange . . . . .	97

---

Dans ce chapitre, nous présentons les méthodes de l'état de l'art pour les mélanges convolutifs. Pour ces mélanges, un grand nombre de méthodes sont basées sur un modèle en "bande étroite" dans le domaine temps-fréquence. Récemment, une nouvelle méthode basée sur le modèle d'approximation convolutive dans le domaine temps-fréquence du système de mélange a été proposée pour mieux approcher les mélanges [LGH17]. En même temps, le modèle dans le domaine temporel en "bande large" a également été étudié pour le cas non aveugle [KVG10]. Par conséquent, dans ce chapitre, nous présentons les méthodes de séparation selon le modèle de mélange :

1. Approximation "instantanée" en bande étroite.
2. Approximation "convolutive" en bande étroite.
3. Modèle en bande large.

## 5.1 Approximation "instantanée" en bande étroite

Dans le problème du "cocktail", les signaux sont généralement mélangés de manière convolutive avec réverbération. Puisque le temps de réverbération d'une pièce normale est d'environ 300 ms, nous avons besoin d'estimer un millier de coefficients pour modéliser les filtres de séparation, avec un taux d'échantillonnage de 8 KHz. Cela rend le problème de séparation beaucoup plus difficile que pour les mélanges instantanés. Parmi les différentes tentatives, les approches dans le domaine temps-fréquence sont utilisées : les signaux observés dans le domaine temporel sont convertis dans le domaine temps-fréquence par une transformée de Gabor. Ce type d'approche est appelé modèle en bande étroite [PSB03, SAM11, KVG10].

Nous rappelons d'abord le modèle de mélange convolutif avec du bruit (1.7) sous la forme suivante, pour la  $m$ -ième observation  $x_m(t)$  :

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^K a_{mn}(l) s_n(t-l) + n_m(t). \quad (5.1)$$

où  $K$  est la longueur du noyau de convolution  $a_{mn}(l)$ . Avec l'approximation "instantanée" en bande étroite, le modèle dans le domaine temps-fréquence s'écrit :

$$\tilde{x}_m(f, \tau) = \sum_{n=1}^N \tilde{a}_{mn}(f) \tilde{s}_n(f, \tau) + \tilde{n}_m(f, \tau), \quad 1 \leq \tau \leq L_T, \quad 1 \leq f \leq L_F. \quad (5.2)$$

où  $L_T$  et  $L_F$  sont respectivement le nombre d'échantillons temporel et fréquentiel.  $\tilde{x}_m(f, \tau)$  et  $\tilde{s}_n(f, \tau)$  sont respectivement les coefficients d'analyse des observations  $x_m(t)$  et des sources  $s_n(t)$ .  $\tilde{a}_{mn}(f)$  est la transformée de Fourier sur  $L_F$  points du noyau  $a_{mn}(t)$ .  $\tilde{n}_m(f, \tau)$  est le terme de bruit dans le domaine temps-fréquence qui se compose du bruit de fond additif et de composantes réverbérantes en dehors de la fenêtre d'analyse. Avec les notations vectorielles  $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) = [\tilde{x}_1(f, \tau), \dots, \tilde{x}_M(f, \tau)]^T$ ,  $\tilde{\mathbf{a}}_n(f) = [\tilde{a}_{1n}(f), \dots, \tilde{a}_{Mn}(f)]^T$  et  $\tilde{\mathbf{n}}(f, \tau) = [\tilde{n}_1(f, \tau), \dots, \tilde{n}_M(f, \tau)]^T$ , nous avons :

$$\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) = \sum_{n=1}^N \tilde{\mathbf{a}}_n(f) \tilde{s}_n(f, \tau) + \tilde{\mathbf{n}}(f, \tau). \quad (5.3)$$

Comme le modèle de mélange convolutif (5.1) est approché par la multiplication à valeur complexe dans chaque bande fréquentielle, cette approximation est également appelée approximation multiplicative de la fonction de transfert [AC07a].

Cette approximation n'est valable que lorsque la longueur de la fenêtre de Gabor est supérieure à la longueur du noyau de convolution dans le domaine temporel. Par conséquent, le choix de la longueur de la fenêtre pour la transformée de Gabor provoque un problème pratique. Une longue fenêtre aura une meilleure approximation en bande étroite et une bonne résolution en fréquence, mais une résolution en temps limitée. La résolution en temps peut être améliorée avec un fort recouvrement temporel des fenêtres, ce qui conduit cependant à un coût de calcul plus important.

### 5.1.1 Méthodes de séparation en deux étapes

À partir du modèle (5.3), nous pouvons voir que si nous supprimons la fréquence d'indice  $f$ , le modèle se réduit au mélange instantané (1.6). Cela signifie que le mélange convolutif peut être approché comme plusieurs mélanges instantanés dans les bandes fréquentielles.

Il est alors naturel de considérer les méthodes existantes pour les mélanges instantanés. Cependant, pour la séparation aveugle, il existe l'ambiguïté de permutation : on ne peut pas déterminer l'ordre des sources estimées. L'ordre des sources estimées dans chaque bande fréquentielle doit être aligné de sorte que les composantes en fréquence d'une même source soient regroupées. C'est ce qu'on appelle le problème de permutation de la séparation de source dans le domaine fréquentiel [SAMM07]. Par conséquent, nous présentons ici les méthodes en deux étapes :

1. Séparation de sources dans chaque bande fréquentielle.
2. Résolution du problème de permutation.

#### Séparation de sources dans chaque bande fréquentielle

Théoriquement, les méthodes pour les mélanges instantanés peuvent être directement appliquées. Cependant, il existe des différences entre les mélanges dans le domaine temps-fréquence et les mélanges instantanés classiques dans le domaine temporel :

- **Valeur complexe** : pour les applications audio, le dictionnaire de Gabor est souvent considéré. Dans ce cas, les signaux dans le domaine temps-fréquence et la matrice de mélange dans chaque bande fréquentielle sont à valeur complexe.
- **Nombre d'échantillons** : le nombre d'échantillons est souvent limité en raison de l'approximation en bande étroite.

De même que pour les mélanges instantanés dans le cas (sur)-déterminé, les méthodes d'ICA peuvent être utilisées (voir [SMAM04] et les références). Nous nous concentrons ici sur les méthodes pour les mélanges sous-déterminés.

Dans ce cas, les méthodes sont généralement basées sur l'hypothèse de parcimonie [WKSM07, SAM11] et d'information spatiale [DVG10].

**Méthode parcimonieuse** Dans [WKSM07, SAM11], l'hypothèse disjointe des sources est considérée dans le domaine temps-fréquence pour chaque bande fréquentielle. Avec le modèle de mélange (5.3), cette hypothèse s'écrit comme :

$$\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) \approx \sum_{n=1}^N \tilde{\mathbf{a}}_n(f) \tilde{s}_n(f, \tau) = \tilde{\mathbf{a}}_{n^*}(f) \tilde{s}_{n^*}(f, \tau). \quad (5.4)$$

L'indice  $n^*$  dépend de chaque case temps-fréquence  $(f, \tau)$  et représente l'indice de la source dominante pour la case temps-fréquence correspondante. Dans ce qui suit, nous désignons par  $\Theta_{n^*}$  l'ensemble des indices  $(f, \tau)$  où la source  $n^*$  est dominante.

De même que pour les mélanges instantanés, les méthodes de regroupement sont considérées pour estimer la matrice de mélange et les sources sont ensuite estimées avec la technique de masquage [SAM11] ou par l'optimisation avec une pénalité de norme  $\ell_1$  pour exploiter la parcimonie [WKSM07]. Cependant, comme la matrice de mélange et les sources sont à valeur complexe, les informations de phase doivent être prises en compte.

Dans [SAM11], les auteurs ont utilisé une technique de masquage "doux" pour effectuer la séparation. Le principe est de classer chaque case temporelle  $\tau$  dans chaque bande fréquentielle  $f$  en  $N$  classes, où  $N$  est le nombre de source. Les probabilités a posteriori  $P(\mathcal{C}_n | \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau))$  sont calculées qui représentent les probabilités que les vecteurs  $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$  appartienne à la  $n$ -ième classe  $\mathcal{C}_n$ .

Les auteurs éliminent d'abord l'effet de l'amplitude des sources avec une étape de normalisation (comme la séparation est effectuée fréquence par fréquence, dans ce qui suit, nous ignorons l'indice de fréquence  $f$  autant que possible par souci de simplicité) :

$$\tilde{\mathbf{x}}(\tau) \leftarrow \frac{\tilde{\mathbf{x}}(\tau)}{\|\tilde{\mathbf{x}}(\tau)\|} = \frac{\tilde{\mathbf{a}}_{n^*}}{\|\tilde{\mathbf{a}}_{n^*}\|} \cdot \frac{\tilde{s}_{n^*}(\tau)}{\|\tilde{s}_{n^*}(\tau)\|}, \quad \tau \in \Theta_{n^*}. \quad (5.5)$$

Ils supposent ensuite que les signaux d'observation suivent une fonction de densité gaussienne à valeur complexe de la forme :

$$p(\tilde{\mathbf{x}}(\tau) | \tilde{\mathbf{a}}_n, \sigma_n) = \frac{1}{(\pi \sigma_n^2)^{M-1}} \exp\left(-\frac{\|\tilde{\mathbf{x}}(\tau) - (\tilde{\mathbf{a}}_n^H \tilde{\mathbf{x}}(\tau)) \cdot \tilde{\mathbf{a}}_n\|^2}{\sigma_n^2}\right), \quad (5.6)$$

où  $\tilde{\mathbf{a}}_n \in \mathbb{C}^M$  sont les centroïdes avec la norme d'unité  $\|\tilde{\mathbf{a}}_n\|^2 = 1$  et  $\sigma_n^2$  sont les variances. Avec le modèle de mélange (5.4), la fonction de densité de l'observation  $p(\tilde{\mathbf{x}}(\tau))$  peut être décrite par :

$$p(\tilde{\mathbf{x}}(\tau) | \boldsymbol{\theta}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n p(\tilde{\mathbf{x}}(\tau) | \tilde{\mathbf{a}}_n, \sigma_n), \quad (5.7)$$

avec  $\boldsymbol{\theta}$  l'ensemble des paramètres :

$$\boldsymbol{\theta} = \{\tilde{\mathbf{a}}_1, \sigma_1, \alpha_1, \dots, \tilde{\mathbf{a}}_N, \sigma_N, \alpha_N\}. \quad (5.8)$$

Les taux de mélange  $\alpha_n$  devraient satisfaire  $\sum_{n=1}^N \alpha_n = 1$  et  $0 \leq \alpha_n \leq 1$ , et sont modélisés par une distribution de Dirichlet comme suit :

$$p(\alpha_1, \dots, \alpha_N) = \frac{\Gamma(N \cdot \phi)}{\Gamma(\phi)^N} \prod_{n=1}^N \alpha_n^{\phi-1}, \quad (5.9)$$

où  $\phi$  est un hyper-paramètre et  $\Gamma$  est la fonction gamma.

Un algorithme de type Expectation-Maximization (EM) est ensuite utilisé pour estimer les paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  et les probabilités a posteriori  $P(\mathcal{C}_n|\mathbf{x}(\tau))$  pour tous les  $\tau$  : dans l'étape "Expectation", les probabilités a posteriori  $P(\mathcal{C}_n|\mathbf{x}(\tau))$  sont calculées, et dans l'étape "Maximization", on met à jour les paramètres  $\boldsymbol{\theta}$ . Les étapes sont décrites dans l'algorithme 10. Dans l'algorithme, nous désignons par  $\boldsymbol{\theta}'$  les paramètres de l'itération courante.

---

**Algorithme 10** : Séparation par masquage doux

---

1. Calculer les probabilités a posteriori :

$$P(\mathcal{C}_n|\tilde{\mathbf{x}}(\tau), \boldsymbol{\theta}') = \frac{\alpha'_n p(\tilde{\mathbf{x}}(\tau)|\tilde{\mathbf{a}}'_n, \sigma'_n)}{\sum_{n=1}^N \alpha'_n p(\tilde{\mathbf{x}}(\tau)|\tilde{\mathbf{a}}'_n, \sigma'_n)},$$

où  $\boldsymbol{\theta}' = \{\tilde{\mathbf{a}}'_1, \sigma'_1, \alpha'_1, \dots, \tilde{\mathbf{a}}'_N, \sigma'_N, \alpha'_N\}$ .

2. Mettre à jour les centroïdes  $\tilde{\mathbf{a}}_n$  en calculant le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre de :

$$\mathbf{R}_n = \sum_{\tau=0}^{L_T-1} P(\mathcal{C}_n|\tilde{\mathbf{x}}(\tau), \boldsymbol{\theta}') \cdot \tilde{\mathbf{x}}(\tau)\tilde{\mathbf{x}}^H(\tau),$$

où  $L_T$  est le nombre d'échantillons temporels.

3. Mettre à jour les variances  $\sigma_n^2$  :

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum_{\tau}^{L_T} P(\mathcal{C}_n|\tilde{\mathbf{x}}(\tau), \boldsymbol{\theta}') \cdot \|\tilde{\mathbf{x}}(\tau) - (\tilde{\mathbf{a}}_n^H \tilde{\mathbf{x}}(\tau)) \cdot \tilde{\mathbf{a}}_n\|^2}{(M-1) \cdot \sum_{\tau}^{L_T} P(\mathcal{C}_n|\tilde{\mathbf{x}}(\tau), \boldsymbol{\theta}')}. \quad (5.10)$$

4. Mettre à jour les rapports de mélange  $\alpha_n$  :

$$\alpha_n = \frac{\sum_{\tau}^{L_T} P(\mathcal{C}_n|\tilde{\mathbf{x}}(\tau), \boldsymbol{\theta}') + \phi - 1}{L_T + N \cdot (\phi - 1)}. \quad (5.11)$$


---

À la fin de l'algorithme 10, les probabilités a posteriori sont utilisées pour effectuer la séparation par masquage :

$$\mathcal{M}_n(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{si } P(\mathcal{C}_n|\tilde{\mathbf{x}}(\tau)) \geq P(\mathcal{C}_{n'}|\tilde{\mathbf{x}}(\tau)), \forall n' \neq n \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.12)$$

Le même processus est fait pour chaque bande fréquentielle  $f$  pour obtenir le masquage  $\mathcal{M}_n(f, \tau)$ .

**Méthode par modélisation de rang plein** Dans [DVG10] la séparation est effectuée en exploitant l'information spatiale. Cette méthode permet de généraliser l'approximation "instantanée" en bande étroite.

Nous notons l'image de la source  $n$  dans le domaine temporel  $\mathbf{c}_n(t) \in \mathbb{R}^M$  comme suit :

$$\mathbf{c}_n(t) = \mathbf{s}_n^{\text{img}}(t) = \sum_l \mathbf{a}_n(l) s_n(t-l). \quad (5.13)$$

Avec le modèle en bande étroite, nous avons alors dans le domaine temps-fréquence :

$$\tilde{\mathbf{c}}_n(f, \tau) \approx \tilde{\mathbf{a}}_n(f) \tilde{s}_n(f, \tau). \quad (5.14)$$

Si l'on suppose que  $\tilde{\mathbf{c}}_n(f, \tau)$  est une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle, l'information spatiale peut être exploitée en examinant sa matrice de covariance :  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau) = \mathbb{E}(\tilde{\mathbf{c}}_n(f, \tau) \tilde{\mathbf{c}}_n^H(f, \tau))$ . Cette matrice peut être factorisée comme

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau) = v_n(f, \tau) \mathbf{R}_n(f), \quad (5.15)$$

où  $v_n(f, \tau)$  sont les variances scalaires variant dans le temps qui encodent la puissance spectro-temporel des sources.  $\mathbf{R}_n(f)$  sont des matrices de covariance spatiale invariantes dans le temps de taille  $M \times M$  qui codent leur positions et leur répartitions spatiales.

Comme le vecteur  $\tilde{\mathbf{c}}_n(f, \tau)$  suit une distribution gaussienne à moyenne nulle avec la matrice de covariance  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)$  dans (5.15), le vecteur des coefficients de Gabor du signal d'observation  $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$  est également une gaussienne à moyenne nulle avec la matrice de covariance :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(f, \tau) = \sum_{n=1}^N v_n(f, \tau) \mathbf{R}_n(f). \quad (5.16)$$

Sous ce modèle, la séparation des sources peut être obtenue avec un filtrage de Wiener multicanal si les variances  $v_n(f, \tau)$  et les paramètres spatiaux  $\mathbf{R}_n(f)$  sont estimés :

$$\hat{\mathbf{c}}_n(f, \tau) = v_n(f, \tau) \mathbf{R}_n(f) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(f, \tau) \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau). \quad (5.17)$$

Si l'on regarde plus en profondeur la matrice de covariance  $\mathbf{R}_n(f)$ , on voit qu'avec l'approximation à bande étroite (5.14),  $\mathbf{R}_n(f)$  peut être exprimée comme :

$$\mathbf{R}_n(f) = \tilde{\mathbf{a}}_n(f) \tilde{\mathbf{a}}_n^H(f), \quad (5.18)$$

qui est une matrice de rang un. Ce modèle de matrice de covariance spatiale a été étudié dans [OF10].

Pour généraliser l'approximation en bande étroite, les auteurs de [DVG10] ont étudié la matrice de covariance spatiale  $\mathbf{R}_n(f)$  sous la contrainte de rang plein. Ce modèle améliore la mauvaise correspondance entre les données observées et le modèle de rang un (5.18).

Pour effectuer la séparation avec  $\mathbf{R}_n(f)$  de rang plein, il faut estimer les paramètres  $v_n(f, \tau)$  et  $\mathbf{R}_n(f)$  à partir des observations  $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$ . Les auteurs de [DVG10] ont proposé de les estimer au sens du maximum de vraisemblance avec l'algorithme

EM initialisé par une classification hiérarchique [WKSM07]. Nous présentons une itération dans l'algorithme 11. Dans l'algorithme  $\text{tr}$  désigne la trace d'une matrice carrée. Dans l'étape "Expectation", le filtre de Wiener  $\mathcal{W}_n(f, \tau)$ , la moyenne  $\hat{\mathbf{c}}_n(f, \tau)$  et  $\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)$  la covariance de l'image spatiale de la source  $n$  conditionnée par les paramètres estimés sont mis à jour, et dans l'étape "Maximization", on met à jour la variance  $v_n(f, \tau)$  et la covariance spatiale  $\mathbf{R}_n(f, \tau)$  de la source  $n$ .

---

**Algorithme 11** : Séparation par l'information spatiale de rang plein

---

1. Mettre à jour la moyenne conditionnelle  $\hat{\mathbf{c}}_n(f, \tau)$  par le filtre de Wiener :

$$\mathcal{W}_n(f, \tau) = \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(f, \tau),$$

$$\hat{\mathbf{c}}_n(f, \tau) = \mathcal{W}_n(f, \tau) \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau).$$

2. Mettre à jour les matrices de moment d'ordre 2 a posteriori  $\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)$  :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau) = \hat{\mathbf{c}}_n(f, \tau) \hat{\mathbf{c}}_n^H(f, \tau) + (\mathbf{I} - \mathcal{W}_n(f, \tau)) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau),$$

où  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)$  est définie dans (5.15) et  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(f, \tau)$  dans (5.16).

3. Mettre à jour les variances  $v_n(f, \tau)$  :

$$v_n(f, \tau) = \frac{1}{M} \text{tr}(\mathbf{R}_n^{-1}(f) \hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)). \quad (5.19)$$

4. Mettre à jour les covariances spatiales  $\mathbf{R}_n(f)$  :

$$\mathbf{R}_n(f) = \frac{1}{L_T} \sum_{\tau=1}^{L_T} \frac{1}{v_n(f, \tau)} \hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau). \quad (5.20)$$


---

## Permutation

La résolution du problème de permutation consiste à réorganiser les indices des sources estimées et les vecteurs colonnes dans les matrices de mélange afin que le même indice corresponde à la même source sur toutes les fréquences. Plus précisément, nous devons déterminer une permutation :

$$\Pi_f : \{1, \dots, N\} \rightarrow \{1, \dots, N\}, \quad (5.21)$$

sur toutes les fréquences. On note  $\Pi_f(n) = l$  si la  $n$ -ième estimée est permuté à la  $l$ -ième dans la bande fréquentielle  $f$ . Différentes méthodes ont été proposées pour résoudre ce problème de permutation. Généralement, elles peuvent être divisés en deux catégories :

1. **Méthodes basées sur la différence de temps d'arrivée (TDOA)**. La matrice de mélange dans chaque bande fréquentielle a une signification physique si l'on applique un modèle de propagation au processus de mélange. Sur la base de ce modèle de propagation, l'alignement en fréquence peut être abordé en fonction de la différence de temps d'arrivée [SAMM07].

2. **Méthodes basées sur la corrélation entre fréquences.** Pour les sources non stationnaires (e.g. la parole), il existe une forte corrélation entre les composantes de fréquence du même signal de source. Par conséquent, une telle corrélation inter-fréquence peut être utilisée pour le problème d'alignement [MIZ01, IM99, AK00, SMAM04].

Nous décrivons ici les méthodes basées sur la corrélation entre fréquences. On peut se référer à [SAMM07] pour une explication détaillée des méthodes basées sur TDOA.

**Formulation du problème** Pour chaque bande de fréquence  $f$ , soit  $v_n^f(\tau)$  un signal à valeur réelle qui représente l'activité du  $n$ -ième signal estimé  $\hat{s}_n(f, \tau)$  :

$$v_n^f(\tau) = \mathcal{V}(\hat{s}_n(f, \tau)). \quad (5.22)$$

Le coefficient de corrélation entre deux de ces séquences  $v_n^f(\tau)$  et  $v_l^f(\tau)$  est défini comme suit :

$$\rho(v_n^f, v_l^f) = \frac{r_{nl} - \mu_n \mu_l}{\sigma_n \sigma_l}, \quad (5.23)$$

où  $r_{nl} = \mathbb{E}(v_n^f v_l^f)$ ,  $\mu_n = \mathbb{E}(v_n^f)$  et  $\sigma_n = \sqrt{\mathbb{E}(v_n^{f,2}) - \mu_n^2}$  sont respectivement la corrélation, la moyenne, et l'écart-type.

La méthode pour chercher les permutations est basée sur l'algorithme K-moyenne : dans chaque itération, on calcule d'abord des centroïdes sur les fréquences pour chaque source, on cherche ensuite des permutations qui maximisent les coefficients de corrélation entre les signaux estimés dans chaque bande fréquentielle et les centroïdes.

Plus précisément si les permutations  $\Pi_f$  pour chaque fréquence  $f$  sont données, on peut alors calculer les centroïdes sur toutes les fréquences pour chaque source  $n$  comme suit :

$$c_n(\tau) = \frac{1}{L_F} \sum_{f=1}^{L_F} v_l^f(\tau)|_{l=\Pi_f(n)}, \quad (5.24)$$

et un "coût" de corrélation peut être obtenu pour chaque fréquence  $f$  :

$$Q_f = \sum_{n=1}^N \rho(v_l^f(\tau), c_n(\tau))|_{l=\Pi_f(n)}. \quad (5.25)$$

En fixant les centroïdes actuels, on cherche ensuite des permutations qui maximisent ce "coût" de corrélation pour chaque fréquence :

$$\Pi_f \leftarrow \arg \max_{\Pi_f} Q_f(\Pi_f). \quad (5.26)$$

Ces deux étapes (5.24) et (5.26) sont itérées jusqu'à la convergence. Nous appelons cette méthode *la permutation globale*.

La corrélation entre deux fréquences  $f$  et  $g$  se produit principalement lorsque ces deux fréquences sont proches, ou dans une relation harmonique (e.g.  $f \approx 2g$ ).

Ce phénomène est utilisé pour une optimisation locale plus fine pour le problème de permutation. Nous l'appelons *la permutation locale*. Pour déterminer la permutation pour la fréquence  $f$ , au lieu de prendre en compte les signaux de toutes les autres fréquences, on considère seulement un ensemble  $\mathcal{R}(f)$  :

$$\Pi_f \leftarrow \arg \max_{\Pi} \sum_{g \in \mathcal{R}(f)} \sum_{n=1}^N \rho(v_l^f, v_{l'}^g) |_{l=\Pi(n), l'=\Pi_g(n)}, \quad (5.27)$$

où l'ensemble  $\mathcal{R}(f)$  est de préférence constitué de fréquences  $g$  où un coefficient de corrélation élevé serait atteint correspondant à la même source. Les fréquences adjacentes  $\mathcal{A}(f)$  et les fréquences harmoniques  $\mathcal{H}(f)$  peuvent être sélectionnées de sorte que  $\mathcal{R}(f) = \mathcal{A}(f) \cup \mathcal{H}(f)$ , avec :

$$\mathcal{A}(f) = \{f - 3\Delta f, f - 2\Delta f, f - \Delta f, f + \Delta f, f + 2\Delta f, f + 3\Delta f\}, \quad (5.28)$$

$$\mathcal{H}(f) = \{\text{round}(f/2) - \Delta f, \text{round}(f/2), \text{round}(f/2) + \Delta f, 2f - \Delta f, 2f, 2f + \Delta f\}, \quad (5.29)$$

où  $\Delta f$  dépend de la fréquence d'échantillonnage.  $\text{round}(f)$  sélectionne la fréquence la plus proche de  $f$  dans la grille temps-fréquence.

En pratique, nous effectuons d'abord la permutation globale, puis la permutation locale [SAM11].

**Activité du signal** Le choix de la fonction d'activité du signal (5.22) joue un rôle crucial pour le problème de permutation. Dans [MIZ01, SMAM04, WKSM07], les enveloppes d'amplitude sont utilisées pour représenter l'activité des signaux estimés :

$$v_n^f(\tau) = |\hat{s}_n(f, \tau)|. \quad (5.30)$$

En raison de la large gamme dynamique des signaux (en particulier les signaux de parole), cette mesure est ensuite améliorée par le rapport de puissance défini comme suit [SAM07] :

$$v_n^f(\tau) = \frac{\|\mathbf{a}_n(f) \hat{s}_n(f, \tau)\|^2}{\sum_{l=1}^N \|\mathbf{a}_l(f) \hat{s}_l(f, \tau)\|^2}. \quad (5.31)$$

De même, il est montré dans [SAM11] que, avec le modèle statistique (5.6), la séquence de probabilité a posteriori est également une meilleure mesure de l'activité du signal que l'amplitude :

$$v_n^f(\tau) = P(\mathcal{C}_n | \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)). \quad (5.32)$$

### 5.1.2 Méthode en une étape : NMF

La factorisation en matrices non négatives (NMF) est une technique de réduction de dimensions [FBD09] (voir la section 2.5 pour plus de détails). Elle a été utilisée dans diverses applications, y compris la séparation aveugle de sources [Vir07a]. Cette technique a d'abord été utilisée pour le cas monocanal et a ensuite été étendue pour le cas multicanal.

### NMF et séparation de source monocanal

La méthode NMF est appliquée dans [Vir07a] pour la séparation de source musicale dans le cas monocanal. Dans ce cas, le mélange s'écrit dans le domaine temporel :

$$x(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t), \quad (5.33)$$

et dans le domaine temps-fréquence :

$$\tilde{x}(f, \tau) = \sum_{n=1}^N \tilde{s}_n(f, \tau). \quad (5.34)$$

Dans [Vir07a], les auteurs ont supposé que la matrice des coefficients d'amplitude de l'observation  $|\tilde{x}(f, \tau)|$  peut être modélisée comme une combinaison linéaire de fonctions de base. Notons  $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}_+^{L_F \times L_T}$  tel que  $\tilde{\mathbf{X}}_{f\tau} = |\tilde{x}(f, \tau)|$ , où  $L_F$  et  $L_T$  sont respectivement le nombre de bandes de fréquence et de trames temporelles, cette hypothèse s'écrit :

$$|\tilde{x}(f, \tau)| \approx \sum_{k=1}^K w(f, k)h(k, \tau), \quad (5.35)$$

et sous forme matricielle :

$$\tilde{\mathbf{X}} \approx \mathbf{W}\mathbf{H}, \quad (5.36)$$

où  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}_+^{L_F \times K}$  et  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}_+^{K \times L_T}$ .  $K$  est généralement choisi de telle sorte que  $L_F K + K L_T \ll L_F L_T$ .

Dans (5.36), les matrices  $\mathbf{W}$  et  $\mathbf{H}$  ont des significations physiques : chaque colonne de  $\mathbf{W}$  représente un motif fréquentiel et chaque ligne de  $\mathbf{H}$  contient les coefficients d'activation du motif correspondant.

L'application de la méthode NMF pour la séparation musicale est basée sur l'hypothèse suivant : une source sonore peut être représentée par une somme de plusieurs composantes (motif fréquentiel) et chaque composante obtenue dans la matrice  $\mathbf{W}$  (chaque colonne de  $\mathbf{W}$ ) appartient à une seule source. Autrement dit, la NMF nous permet de décomposer le mélange en plusieurs composantes et la séparation peut être réalisée en regroupant simplement les composantes qui appartiennent à la même source. Cette hypothèse a été discutée dans [Vir07b] pour différents scénarios musicaux et a été utilisée dans un grand nombre d'algorithmes [OF10, SKAU13, AOD<sup>+</sup>10].

D'après le Théorème 4 dans la section 2.5, la NMF avec la divergence IS correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance d'un modèle génératif de la somme des distributions gaussiennes circulaires de valeur complexe. Pour l'application de séparation de source monocanale, cela correspond au modèle suivant [OF10] :

$$\tilde{s}_n(f, \tau) \sim \mathcal{N}_c \left( 0, \sum_{k \in \mathcal{K}_n} w(f, k)h(k, \tau) \right), \quad (5.37)$$

où  $\mathcal{K}_n$  est l'ensemble des index de composantes pour la source  $n$ .

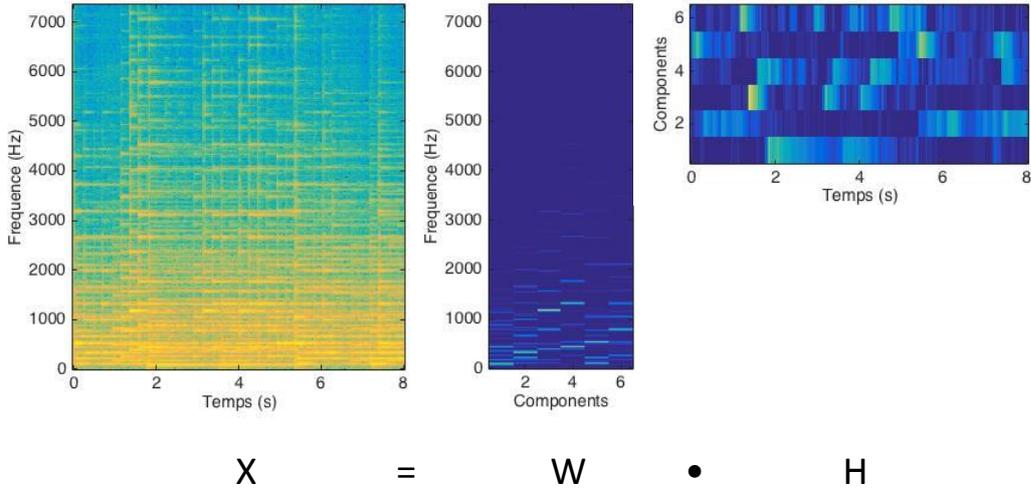


FIGURE 5.1 – Illustration de NMF pour un spectrogramme d'un signal audio.

Sur la base de ce modèle génératif, les auteurs de [OF10,AOD<sup>+</sup>10,SKAU13] ont généralisé la NMF pour la séparation de source de monocanal au cas multicanal.

### NMF multicanal

Nous donnons le modèle de mélange convolutif avec l'approximation en bande étroite sous la forme suivante :

$$\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) = \tilde{\mathbf{A}}(f)\tilde{\mathbf{s}}(f, \tau) + \tilde{\mathbf{n}}(f, \tau), \quad (5.38)$$

où

- $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) = [\tilde{x}_1(f, \tau), \dots, \tilde{x}_M(f, \tau)]^T$ ,
- $\tilde{\mathbf{s}}(f, \tau) = [\tilde{s}_1(f, \tau), \dots, \tilde{s}_N(f, \tau)]^T$ ,
- $\tilde{\mathbf{n}}(f, \tau) = [\tilde{n}_1(f, \tau), \dots, \tilde{n}_M(f, \tau)]^T$ ,
- $\tilde{\mathbf{A}}(f) \in \mathbb{C}^{M \times N}$  telle que  $[\tilde{\mathbf{A}}(f)]_{mn} = \tilde{a}_{mn}(f)$ .

Avec le modèle de mélange (5.38), on suppose que les données  $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$  ont une distribution gaussienne de moyenne nulle avec la matrice de covariance [OF10] :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(f, \tau) = \tilde{\mathbf{A}}(f)\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{s}}}(f, \tau)\tilde{\mathbf{A}}^H(f) + \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}}(f, \tau), \quad (5.39)$$

où  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{s}}}(f, \tau)$  est la matrice de covariance de  $\tilde{\mathbf{s}}(f, \tau)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}}(f, \tau)$  la matrice de covariance de  $\tilde{\mathbf{n}}(f, \tau)$ . Avec le modèle génératif des sources (5.37), chaque source peut être décrite par une somme des composantes gaussiennes indépendantes de moyenne nulle :

$$\tilde{s}_n(f, \tau) = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} \tilde{\kappa}_k(f, \tau), \quad (5.40)$$

où la variance de  $\tilde{\kappa}_k(f, \tau)$  est  $w(f, k)h(k, \tau)$ . Si on dénote le nombre d'éléments de  $\mathcal{K}_n$  par  $|\mathcal{K}_n|$ , en concaténant les  $\tilde{\kappa}_k(f, \tau)$  pour toutes les sources, le processus de

mélange (5.38) peut être modifié comme :

$$\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) = \vec{\mathbf{A}}(f)\tilde{\boldsymbol{\kappa}}(f, \tau) + \tilde{\mathbf{n}}(f, \tau) \quad (5.41)$$

où  $\tilde{\boldsymbol{\kappa}}(f, \tau) = [\tilde{\kappa}_1(f, \tau), \dots, \tilde{\kappa}_K(f, \tau)]^T \in \mathbb{C}^K$  avec  $K = \sum_{n=1}^N |\mathcal{K}_n|$ .  $\vec{\mathbf{A}}(f)$  est la matrice de mélange étendue de dimension  $M \times K$ , avec des éléments définis par  $\vec{a}_{mk}(f) = \tilde{a}_{mn}(f)$  si et seulement si  $k \in \mathcal{K}_n$ . Ainsi, pour chaque bande fréquentielle  $f$ , le modèle (5.41) est essentiellement un modèle de mélange linéaire avec  $M$  canaux et  $K$  sources élémentaires de type gaussien avec des coefficients de mélange structurés (c'est-à-dire que des sous-ensembles de sources élémentaires arrivent dans la même direction). Nous notons :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}}(f, \tau) = \text{diag}([w(f, k)h(k, \tau)]_k) \quad (5.42)$$

la covariance de  $\tilde{\boldsymbol{\kappa}}(f, \tau)$ .

Pour estimer les paramètres, comme dans le cas monocanal, l'estimateur du maximum de vraisemblance est considéré qui conduit au problème de minimisation suivant :

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{f=1}^{L_F} \sum_{\tau=1}^{L_T} \text{tr}(\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)\tilde{\mathbf{x}}^H(f, \tau)\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(f, \tau)) + \log \det \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(f, \tau), \quad (5.43)$$

où  $\boldsymbol{\theta} = \{\vec{\mathbf{A}}(f), w(f, k), h(k, \tau), \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}}(f, \tau), \forall f, \tau, k\}$  est l'ensemble de tous les paramètres. Ce problème est ensuite abordé par l'algorithme EM dont nous présentons une itération dans l'algorithme 12. Dans l'étape "Expectation", on calcule les espérances des statistiques naturelles conditionnées sur les paramètres estimés. Dans l'étape "Maximization", ces paramètres sont mis à jour.

Cette méthode a ensuite été généralisée dans [AOD<sup>+</sup>10] avec un modèle de covariance spatiale de rang plein. Au lieu de considérer la matrice de covariance des sources  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{s}}}(f, \tau)$  dans (5.39), les auteurs imposent un modèle statistique sur chaque *image spatiale* de la source  $\tilde{\mathbf{c}}_n(f, \tau)$  :

$$\tilde{\mathbf{c}}_n(f, \tau) \sim \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)), \quad (5.50)$$

où la covariance  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)$  s'écrit :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau) = v_n(f, \tau)\mathbf{R}_n(f). \quad (5.51)$$

Tout comme dans (5.15), la matrice de covariance spatiale  $\mathbf{R}_n(f)$  encode les propriétés spatiales et est supposée être de rang plein. De même que pour le modèle (5.37), la variance de la source  $v_n(f, \tau)$  est supposée comme suit :

$$v_n(f, \tau) = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} w(f, k)h(k, \tau). \quad (5.52)$$

Avec (5.50), (5.51) et (5.52), les images spatiales  $\tilde{\mathbf{c}}_n(f, \tau)$  des sources peuvent être considérées comme une somme de composantes gaussiennes indépendantes de moyenne nulle :

$$\tilde{\mathbf{c}}_n(f, \tau) = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_k(f, \tau), \quad (5.53)$$

---

**Algorithme 12** : Séparation par NMF-multicanal
 

---

- Mettre à jour les espérances conditionnelles des statistiques naturelles (étape "Expectation") :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}(f) = \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}(f) = \frac{1}{L_T} \sum_{\tau=1}^{L_T} \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) \tilde{\mathbf{x}}^H(f, \tau),$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{s}}}(f) = \frac{1}{L_T} \sum_{\tau=1}^{L_T} \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) \hat{\mathbf{s}}^H(f, \tau),$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{s}}\hat{\mathbf{s}}}(f) = \frac{1}{L_T} \sum_{\tau=1}^{L_T} \hat{\mathbf{s}}(f, \tau) \hat{\mathbf{s}}^H(f, \tau) + \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{s}}}(f, \tau) - \mathbf{G}_{\hat{\mathbf{s}}}(f, \tau) \tilde{\mathbf{A}}(f) \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{s}}}(f, \tau), \quad (5.44)$$

$$\hat{u}_k(f, \tau) = \left[ \hat{\mathbf{k}}(f, \tau) \hat{\mathbf{k}}^H(f, \tau) + \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{k}}}(f, \tau) - \mathbf{G}_{\hat{\mathbf{k}}}(f, \tau) \vec{\mathbf{A}}(f) \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{k}}}(f, \tau) \right]_{kk}, \quad (5.45)$$

où  $\hat{\mathbf{s}}(f, \tau) = \mathbf{G}_{\hat{\mathbf{s}}}(f, \tau) \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$ ,  $\mathbf{G}_{\hat{\mathbf{s}}}(f, \tau) = \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{s}}}(f, \tau) \tilde{\mathbf{A}}^H(f) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(f, \tau)$ ,

$\hat{\mathbf{k}}(f, \tau) = \mathbf{G}_{\hat{\mathbf{k}}}(f, \tau) \tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$ ,  $\mathbf{G}_{\hat{\mathbf{k}}}(f, \tau) = \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{k}}}(f, \tau) \vec{\mathbf{A}}^H(f) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(f, \tau)$ ,

$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(f, \tau) = \tilde{\mathbf{A}}(f) \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{s}}}(f, \tau) \mathbf{A}^H(f) + \mathbf{R}_{\mathbf{n}}(f)$ ,

$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{s}}}(f, \tau) = \text{diag} \left( [\sum_{k \in \mathcal{K}_n} w(f, k) h(k, \tau)]_n \right)$ ,

$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{k}}}(f, \tau) = \text{diag} ([w(f, k) h(k, \tau)]_k)$  et mettre à jour  $\vec{\mathbf{A}} : \vec{a}_{mk}(f) = \tilde{a}_{mn}(f)$  si et seulement si  $k \in \mathcal{K}_n$ .

- Mettre à jour les paramètres (étape "Maximization") :

$$\tilde{\mathbf{A}}(f) = \hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{s}}}(f) \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{s}}\hat{\mathbf{s}}}(f)^{-1}, \quad (5.46)$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{n}}}(f) = \text{diag} \left( \hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}(f) - \tilde{\mathbf{A}}(f) \hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{s}}}(f) - \hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{s}}}(f) \mathbf{A}^H(f) + \tilde{\mathbf{A}}(f) \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{s}}\hat{\mathbf{s}}}(f) \tilde{\mathbf{A}}^H(f) \right), \quad (5.47)$$

$$w(f, k) = \frac{1}{L_T} \sum_{\tau} \frac{\hat{u}_k(f, \tau)}{h(k, \tau)}, \quad (5.48)$$

$$h(k, \tau) = \frac{1}{L_F} \sum_f \frac{\hat{u}_k(f, \tau)}{w(f, k)}. \quad (5.49)$$


---

avec les matrices de covariance :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\xi}_k}(f, \tau) = w(f, k) h(k, \tau) \mathbf{R}_{\mathbf{n}}(f), \quad k \in \mathcal{K}_n. \quad (5.54)$$

Comparé à (5.39), cette fois, le mélange  $\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$  est un vecteur gaussien à moyenne nulle avec la matrice de covariance :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(f, \tau) = \sum_n \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_n}(f, \tau) + \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{n}}}(f), \quad (5.55)$$

où la matrice  $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{n}}}(f)$  est la covariance du bruit  $\hat{\mathbf{n}}(f, \tau)$ , le bruit étant supposé stationnaire dans le temps.

L'estimateur du maximum de vraisemblance conduit alors à une fonction de coût qui est sous la même forme que (5.43) avec les paramètres  $\boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{R}_n(f), w(f, k), h(k, \tau), \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{n}}}(f), \forall f, \tau, k\}$ . Ce problème est ensuite abordé par l'algorithme EM. On présente cet algorithme dans l'algorithme 13. L'étape "Expectation" consiste à calculer les statistiques naturelles conditionnelles  $\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)$ ,  $\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\boldsymbol{\xi}}_k}(f, \tau)$  et  $\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{n}}}(f, \tau)$  qui sont respectivement les covariance de  $\hat{\mathbf{c}}_n(f, \tau)$ ,  $\hat{\boldsymbol{\xi}}_k(f, \tau)$  et  $\hat{\mathbf{n}}(f, \tau)$ . L'étape "Maximization" consiste à ré-estimer les paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  avec les statistiques mises à jour.

---

**Algorithme 13** : Séparation par NMF-multicanal avec covariance spatiale de rang plein

---

- Mettre à jour les espérances conditionnelles des statistiques naturelles (étape "Expectation") :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{c}}_n}(f, \tau) = \hat{\mathbf{c}}_n(f, \tau)\hat{\mathbf{c}}_n^H(f, \tau) + (\mathbf{I} - \mathbf{G}_n(f, \tau))\mathbf{R}_{\mathbf{c}_n}(f, \tau), \quad (5.56)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\boldsymbol{\xi}}_k}(f, \tau) = \hat{\boldsymbol{\xi}}_k(f, \tau)\hat{\boldsymbol{\xi}}_k^H(f, \tau) + (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Xi}_k(f, \tau))\mathbf{R}_{\boldsymbol{\xi}_k}(f, \tau), \quad (5.57)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{n}}}(f) = \hat{\mathbf{n}}(f, \tau)\hat{\mathbf{n}}^H(f, \tau) + (\mathbf{I} - \mathbf{G}_{\hat{\mathbf{n}}}(f, \tau))\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{n}}}(f, \tau), \quad (5.58)$$

- où  $\hat{\mathbf{c}}_n(f, \tau) = \mathbf{G}_n(f, \tau)\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$ ,  $\hat{\boldsymbol{\xi}}_k(f, \tau) = \boldsymbol{\Xi}_k(f, \tau)\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$ ,  
 $\hat{\mathbf{n}}(f, \tau) = \mathbf{G}_{\hat{\mathbf{n}}}(f, \tau)\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau)$  et  $\mathbf{G}_n(f, \tau) = \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{c}}_n}(f, \tau)(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(f, \tau))$ ,  
 $\boldsymbol{\Xi}_k(f, \tau) = \mathbf{R}_{\hat{\boldsymbol{\xi}}_k}(f, \tau)(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(f, \tau))$ ,  $\mathbf{G}_{\hat{\mathbf{n}}}(f, \tau) = \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{n}}}(f)(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1}(f, \tau))$
- Mettre à jour les paramètres (étape "Maximization") :

$$\mathbf{R}_n(f) = \frac{1}{L_T} \sum_{\tau=1}^{L_T} \frac{1}{v_n(f, \tau)} \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{c}}_n}(f, \tau), \quad (5.59)$$

où  $v_n(f, \tau) = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} w(f, k)h(k, \tau)$ .

$$w(f, k) = \frac{1}{L_T} \sum_{\tau=1}^{L_T} \frac{\hat{v}_k(f, \tau)}{h(k, \tau)}, \quad (5.60)$$

$$h(k, \tau) = \frac{1}{L_F} \sum_{f=1}^{L_F} \frac{\hat{v}_k(f, \tau)}{w(f, k)}, \quad (5.61)$$

où  $\hat{v}_k(f, \tau) = \frac{1}{M} \text{tr} \left( \mathbf{R}_n^{-1}(f) \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\boldsymbol{\xi}}_k}(f, \tau) \right)$ ,  $k \in \mathcal{K}_n$ .

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{n}}}(f) = \frac{1}{L_T} \sum_{\tau=1}^{L_T} \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{n}}}(f, \tau). \quad (5.62)$$

les éléments hors diagonale de  $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{n}}}(f)$  sont mis à zéro pour que le bruit soit décorréolé spatialement.

---

Les deux algorithmes ci-dessus (l'algorithme 12 et l'algorithme 13) conduisent à de bonnes performances de séparation. Cependant, les résultats sont très sensibles à l'initialisation et les algorithmes sont lents à converger. En pratique, les deux algorithmes sont initialisés avec des initialisations oracles perturbées qui ne sont pas disponibles dans les applications réelles. Dans [OF10], les auteurs ont également proposé un algorithme de mise à jour multiplicative (MU) pour accélérer la convergence, mais l'information mutuelle entre les canaux est rejetée. Un modèle de covariance spatiale basé sur la direction de l'arrivée est proposé dans [NV14] qui peut éviter l'initialisation d'oracle. Cependant, le modèle n'est testé que sur les mélanges surdéterminés.

Par rapport à la NMF monocanale (5.35), la NMF multicanale nous permet non seulement de décomposer les observations en plusieurs composantes, mais également de regrouper automatiquement les composantes qui appartiennent à la même source. On voit clairement de (5.54) que pour un indice de source  $n$  donné, la  $k$ -ième composante  $w(f, k)h(k, \tau)$  est caractérisée par  $\mathbf{R}_n(f)$ ,  $\forall k \in \mathcal{K}_n$ ,  $\forall f, \tau$ . Autrement dit, on peut voir  $\mathbf{R}_n(f)$  comme une indicatrice pour regrouper les composantes  $w(f, k)h(k, \tau)$ ,  $\forall f, \tau$ . Cependant, comme  $\mathbf{R}_n(f)$  est une matrice à valeur complexe, le calcul (l'algorithme 12 et l'algorithme 13) prend beaucoup de temps. Dans le chapitre 8, nous illustrons que le regroupement peut être simplifié si l'on ajoute une hypothèse de parcimonie forte sur les sources.

Sur la base du même modèle statistique que [AOD<sup>+</sup>10], les auteurs de [SKAU13] ont généralisé la divergence IS dans le cas multicanal puis développé les règles de mise à jour multiplicatives pour le problème de séparation. Bien que l'algorithme puisse être initialisé de manière aléatoire, il est sensible à l'initialisation du regroupement des motifs fréquentiels, ce qui rend le résultat de séparation instable. Les auteurs de [KOS<sup>+</sup>16] ont stabilisé l'algorithme de [SKAU13] en combinant la NMF avec l'analyse en vecteurs indépendants (IVA, Independent Vector Analysis), mais l'approche dérivée ne fonctionne que dans le scénario déterminé par la nature d'IVA.

## 5.2 Approximation "convolutive" en bande étroite

---

Nous rappelons d'abord le modèle de mélange dans le domaine temporel (1.3) :

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N s_{mn}^{\text{img}}(t), \quad (5.63)$$

où  $s_{mn}^{\text{img}}$  est l'image de la source  $n$  au capteur  $m$  :

$$s_{mn}^{\text{img}}(t) = \sum_{l=1}^K a_{mn}(l) s_n(t-l). \quad (5.64)$$

L'approximation (5.2) n'est théoriquement valable que si la longueur de la réponse impulsionnelle du filtre de mélange est inférieure à la longueur de la fenêtre de Gabor. En pratique, cela est rarement le cas, puisque la fenêtre de Gabor est limitée pour assurer la stationnarité locale des signaux audio [LGH17]. Pour pallier

l'inconvénient de l'approximation en bande étroite, une approximation convolutive de la fonction de transfert est introduite dans [AC07b, TCG09] qui est également appelée approximation de filtrage en sous-bandes [GVMGO16]. L'image d'une source est approchée par :

$$\tilde{s}_{mn}^{\text{img}}(f, \tau) = \sum_{l=0}^{\mathcal{L}} \tilde{a}_{mn}(f, l) \tilde{s}_n(f, \tau - l), \quad (5.65)$$

où  $\tilde{a}_{mn}(f, l)$  est la réponse impulsionnelle dans le domaine temps-fréquence et  $\mathcal{L}$  est la longueur du noyau de convolution. Avec les notations vectorielles, il peut être écrit comme :

$$\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{\mathbf{a}}_n(f, l) \tilde{s}_n(f, \tau - l). \quad (5.66)$$

Le noyau de convolution dans le domaine temps-fréquence  $\tilde{a}_{mn}(f, \tau)$  est lié à la réponse impulsionnelle dans le domaine temporel  $a_{mn}(t)$  par :

$$\tilde{a}_{mn}(f, \tau) = [a_{mn}(t) * \zeta_f(t)] \big|_{t=\tau T/L_t}, \quad (5.67)$$

qui représente la convolution par rapport à l'indice de temps  $t$  évalué avec une résolution de  $T/L_t$  qui est défini dans (2.6), avec

$$\zeta_f(t) = e^{2\pi i f t / L_F} \sum_j \varphi(j) \tilde{\varphi}(t + j), \quad (5.68)$$

où  $L_F$  est le nombre de bandes fréquentielles.  $\varphi(j)$  et  $\tilde{\varphi}(j)$  désignent respectivement les fenêtres d'analyse et de synthèse de la transformée de Gabor [LGH17] (voir la section 2.1.2 pour plus de détails).

Ce modèle a été utilisé pour la séparation non-aveugle [LGH17] (les filtres de mélange sont connus). Le cas aveugle pour ce modèle était considéré comme étant coûteux en termes de calculs en raison du grand nombre de coefficients à estimer [GVMGO16].

## 5.3 Modèle en bande large

---

Les auteurs de [KVG10] ont plaidé pour un retour à la modélisation dans le domaine temporel, tout en exploitant la parcimonie des sources dans le domaine temps-fréquence. Cette étude a été le point de départ d'études ultérieures visant à définir des pénalités sur les filtres de mélange dans le domaine temporel [VBGB14].

### 5.3.1 L'opération de mélange convolutif et ses opérateurs adjoints

Nous rappelons le modèle convolutif avec du bruit dans le domaine temporel :

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N a_{mn}(t) * s_n(t) + n_m(t). \quad (5.69)$$

Avec des notations matricielles, le modèle peut être réécrit comme dans (1.7) :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \star \mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (5.70)$$

où

- $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  est la matrice d'observation,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N \times K}$  est le système de mélange,
- $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$  est la matrice des sources,
- $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{N \times T}$  dénote le bruit.

L'opérateur  $\star$  est l'opérateur de mélange convolutif de  $\mathbb{R}^{N \times T} \rightarrow \mathbb{R}^{M \times T}$ . Cet opérateur est une combinaison de la convolution et du processus de mélange. Pour définir ses opérateurs adjoints par rapport aux sources  $\mathbf{S}$  et par rapport au système de mélange  $\mathbf{A}$ , nous avons d'abord réexaminé l'opérateur de convolution par la proposition suivante :

**Proposition 9.** *Étant donné un  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^T$ , et un noyau de convolution  $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^L$ , la convolution définie par :*

$$x(t) = \sum_{l=0}^{L-1} a(l)s(t-l) \quad (5.71)$$

peut être représentée sous forme matricielle comme :

$$\mathbf{x} = \mathcal{A}\mathbf{s}, \quad (5.72)$$

où  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^T$  et  $\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{T \times T}$  s'écrit :

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} a(L) & a(L-1) & \dots & a(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a(L) & a(L-1) & \dots & a(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a(L) & a(L-1) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & a(L) \end{pmatrix}. \quad (5.73)$$

Normalement, la longueur du signal après la convolution est supérieure à la longueur du signal d'origine. Dans cette thèse, par souci de simplicité, nous impliquons une troncature après la convolution pour que  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{s}$  soient de même longueur.

Avec la proposition précédente, nous définissons l'opérateur adjoint de la convolution par rapport au noyau  $\mathbf{a}$  et réécrivons le processus de mélange convolutif.

**Définition 10.** *Étant donné un signal  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^T$  et un noyau de convolution  $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^L$ , pour la convolution qui est défini dans (5.71), l'opérateur adjoint par rapport au noyau  $\mathbf{a}$  peut être représenté par la multiplication matricielle suivante :*

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{A}^H \mathbf{x}, \quad (5.74)$$

où la matrice  $\mathcal{A}$  est affichée dans (5.73).

**Proposition 11.** *Supposons que  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N \in \mathbb{C}^T$  sont  $N$  signaux de source et  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M$  sont  $M$  signaux d'observation sous forme de vecteurs.  $\mathcal{A}_{mn}$  est le noyau de convolution de la  $n$ -ième source au  $m$ -ième capteur sous forme matricielle*

### 5.3.1 - L'opération de mélange convolutif et ses opérateurs adjoints

comme dans (5.73). Alors l'opérateur de mélange convolutif peut être formulé avec une multiplication matricielle entre une matrice par bloc construite par  $\mathcal{A}_{mn}$  et un vecteur de concaténation des  $\mathbf{s}_n$  :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{11} & \mathcal{A}_{12} & \dots & \mathcal{A}_{1N} \\ \mathcal{A}_{21} & \mathcal{A}_{22} & \dots & \mathcal{A}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{A}_{M1} & \mathcal{A}_{M2} & \dots & \mathcal{A}_{MN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{s}_N \end{pmatrix}. \quad (5.75)$$

Avec la proposition ci-dessus, nous trouvons maintenant l'opérateur adjoint du mélange convolutif par rapport au système de mélange. La proposition suivante présente le résultat.

**Proposition 12.** *Supposons que  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N \in \mathbb{C}^T$  sont  $N$  signaux de source et  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M$  sont  $M$  signaux d'observation sous forme des vecteurs.  $\mathcal{A}_{mn}$  est le noyau de convolution de la  $n$ -ième source au  $m$ -ième capteur sous forme matricielle comme dans (5.73). L'opérateur adjoint du mélange convolutif par rapport au système de mélange est un opérateur linéaire et peut être exprimé avec la multiplication matricielle suivante :*

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{11}^H & \mathcal{A}_{21}^H & \dots & \mathcal{A}_{N1}^H \\ \mathcal{A}_{12}^H & \mathcal{A}_{22}^H & \dots & \mathcal{A}_{N2}^H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{A}_{1M}^H & \mathcal{A}_{2M}^H & \dots & \mathcal{A}_{NM}^H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{pmatrix}. \quad (5.76)$$

Afin d'adapter aux notations matricielles dans (5.70), dans ce qui suit, nous utilisons :

$$\Sigma = \mathbf{A}^H \star \mathbf{X} \quad (5.77)$$

pour cet opérateur.

La proposition suivante montre que l'opérateur de convolution peut être exprimé en utilisant une autre forme de multiplication matricielle.

**Proposition 13.** *Pour un signal  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^T$  et un noyau de convolution  $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^L$  donné, la convolution définie par (5.71) peut être représentée sous forme matricielle comme :*

$$\mathbf{x} = \mathcal{S}\mathbf{a}, \quad (5.78)$$

où  $\mathcal{S} \in \mathbb{C}^{T \times L}$  est

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} s(L) & s(L-1) & s(L-2) & \dots & s(1) \\ s(L+1) & s(L) & s(L-1) & \dots & s(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & s(T) & s(T-1) \\ 0 & \dots & 0 & 0 & s(T) \end{pmatrix}. \quad (5.79)$$

La proposition ci-dessus conduit à la définition suivante :

**Définition 14.** Pour un signal  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^T$  et un noyau de convolution donné  $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^L$ , l'opération adjointe de la convolution définie dans (5.71) par rapport à la source  $\mathbf{s}$  peut être représenté par la multiplication matricielle suivante :

$$\mathbf{b} = \mathcal{S}^H \mathbf{x}, \quad (5.80)$$

où la matrice  $\mathcal{S}$  est définie dans (5.79).

Avec la proposition 13, nous montrons une autre expression du mélange convolutif par la proposition suivante :

**Proposition 15.** Supposons que  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N \in \mathbb{C}^T$  sont  $N$  signaux de source et  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M$  sont  $M$  signaux d'observation sous forme de vecteurs.  $\mathbf{a}_{mn}$  est le noyau de convolution de la  $n$ -ième source au  $m$ -ième capteur sous forme de vecteur. Alors le  $m$ -ième mélange peut être exprimé comme :

$$\mathbf{x}_m = \sum_n \mathcal{S}_n \mathbf{a}_{mn}, \quad (5.81)$$

où  $\mathcal{S}_n$  est construite à partir de  $\mathbf{s}_n$  sous la forme de (5.79).

Cette proposition conduit à la définition de l'opérateur suivant :

**Définition 16.** Supposons que  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N \in \mathbb{C}^T$  sont  $N$  signaux de source et  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M$  sont  $M$  signaux d'observation sous forme de vecteurs. l'opérateur adjoint du mélange convolutif par rapport à la source  $\mathbf{s}$  est de  $\mathcal{C}^{M \times T} \rightarrow \mathcal{C}^{M \times N \times L}$ , et peut être représenté par :

$$\mathbf{b}_{mn} = \mathcal{S}_n^H \mathbf{x}_m, \quad (5.82)$$

où  $\mathcal{S}_n$  est construite à partir de  $\mathbf{s}_n$  sous la forme de (5.79).

Afin d'adapter au modèle de mélange (5.70), dans ce qui suit, nous désignons cet opérateur comme :

$$\mathbf{B} = \mathbf{X} \star \mathbf{S}^H. \quad (5.83)$$

### 5.3.2 Séparation de source non aveugle

On considère le problème de séparation non aveugle pour les applications audio, ce qui signifie que le système de mélange est connu. Nous désignons  $\Phi \in \mathbb{C}^{T \times K}$  l'opérateur de Gabor qui préserve l'énergie telle que

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\alpha} \Phi^H, \quad (5.84)$$

où  $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{C}^{N \times K}$  sont les coefficients de synthèse des sources  $\mathbf{S}$ . Les auteurs de [KVG10] ont formulé la séparation en tant que problème d'optimisation comme suit :

$$\min_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \boldsymbol{\alpha} \Phi^H\|_F^2 + \lambda g(\boldsymbol{\alpha}). \quad (5.85)$$

La fonction  $g$  est le terme de régularisation. Le choix de la norme  $\ell_1$  pour ce terme de régularisation est connu pour induire la parcimonie sur le plan temps-fréquence :

$$\min_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \boldsymbol{\alpha} \Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1. \quad (5.86)$$

Un tel problème de minimisation d'une combinaison linéaire de norme  $\ell_2$  et  $\ell_1$  est connu comme la poursuite de base [CDS01] dans le domaine de traitement du signal et LASSO (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) [FHT01] en statistique (voir la section 2.3.1 pour plus de détails).

Cependant, l'utilisation de la norme  $\ell_1$  a un inconvénient. Comme  $\lambda$  est l'hyperparamètre qui équilibre entre l'attache aux données et le terme de régularisation, lorsque  $\lambda$  est grand, l'influence du terme de régularisation est plus forte, par conséquent la plupart des coefficients de Gabor estimés d'une source sont mis à zéro. En particulier, les hautes fréquences sont généralement neutralisées, car les coefficients de Gabor associés ont des valeurs absolues plus faibles. Pour contourner ce comportement indésirable, l'utilisation de la norme mixte  $\ell_{1,2}$  est proposée dans [KVG10] :

$$\|\boldsymbol{\alpha}\|_{1,2}^2 = \sum_{\tau,f} \left( \sum_{n=1}^N |\alpha_n(f, \tau)| \right)^2. \quad (5.87)$$

Si la minimisation de la norme  $\ell_1$  induit la parcimonie sur l'ensemble de la matrice considérée, la minimisation de la norme  $\ell_{1,2}$  induit la parcimonie pour chaque case temps-fréquence. Par conséquent, cette norme favorise la disjonction maximale des représentations temps-fréquence, sans contraindre la proportion de coefficients Gabor significatifs pour chaque source.

Nous écrivons la formulation avec la norme  $\ell_{1,2}$  ici et nous nous référons à cette formulation comme E-LASSO dans ce qui suit :

$$\min_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \boldsymbol{\alpha} \Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_{1,2}^2. \quad (5.88)$$

Les problèmes d'optimisation (5.86) et (5.88) sont convexes mais non différentiables. Les auteurs de [KVG10] ont abordé ces problèmes avec l'algorithme FISTA (voir la section 2.4.2 pour plus de détails). Nous notons la fonction  $Q(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \boldsymbol{\alpha} \Phi^H\|_F^2$  et donc  $\nabla Q(\boldsymbol{\alpha}) = -\mathbf{A}^H \star (\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \boldsymbol{\alpha} \Phi^H) \Phi$ . Nous présentons la forme générale de l'algorithme pour les deux problèmes dans l'algorithme 14.

---

**Algorithme 14 :** FISTA pour LASSO (5.86) et E-LASSO (5.88)

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in C^{N \times K}$ ,  $\mathbf{z}^{(1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(1)}$ ,  $j = 1$ ,

**repeat**

$$\left| \begin{array}{l} \nabla Q(\mathbf{z}^{(j)}) = -\mathbf{A}^H \star (\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \mathbf{z}^{(j)} \Phi^H) \Phi ; \\ \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L}^* \left( \mathbf{z}^{(j)} - \frac{\nabla Q(\mathbf{z}^{(j)})}{L} \right) ; \\ \mathbf{z}^{(j+1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} + \frac{j}{j+4} (\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} - \boldsymbol{\alpha}^{(j)}) ; \\ j = j + 1 ; \end{array} \right.$$

**until** convergence;

---

Dans l'algorithme 14, l'opérateur  $\mathcal{S}_{\lambda/L}^*$  dépend de la norme utilisée. Pour le LASSO, l'opérateur de seuillage  $\mathcal{S}_{\lambda/L}^*$  est un seuillage doux (2.27). On peut se référer à [KVG10] pour l'opérateur de seuillage correspondant au E-LASSO.  $L$  est la constante de Lipschitz de la fonction  $\nabla Q(\boldsymbol{\alpha})$  et elle peut être calculée par l'itération de puissance dans l'algorithme 15.

---

**Algorithme 15 :** Calcul de la constante de Lipschitz en utilisant l'itération de puissance

---

Initialisation :  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N \times K}$  ;  
**repeat**  
      $\mathbf{W} = (\mathbf{A}^H \star \mathbf{A} \star \mathbf{V} \Phi^H) \Phi$  ;  
      $L = \|\mathbf{W}\|_\infty$  ;  
      $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{W}}{L}$  ;  
**until** *convergence* ;

---

### 5.3.3 Estimation du système de mélange

Dans [BSVG14], les auteurs se concentrent sur la contrepartie du problème de séparation de source non aveugle : l'estimation de la réponse impulsionnelle de la pièce (RIR) en supposant que les sources et les signaux d'observations sont connus.

Basé sur le modèle convolutif (5.70), les auteurs formulent le problème comme une optimisation :

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{A}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \mathbf{S}\|_F^2 + \lambda \mathcal{P}(\mathbf{A}). \quad (5.89)$$

Le choix de la pénalité  $\mathcal{P}(\mathbf{A})$  dépend des hypothèses sur les RIRs  $\mathbf{A}$  (on peut voir dans la figure 5.2 l'illustration d'une réponse impulsionnelle d'une pièce). Les études sur la déréverbération ou l'interpolation de RIR ont supposé que les RIRs sont formés par des échos à des instants distincts, de sorte qu'ils sont parcimonieux [LCKL07, SAG10, MDO11]. La théorie statistique de l'acoustique de la pièce [Kut16] suppose que les échantillons d'une RIR suivent une distribution gaussienne avec une enveloppe d'amplitude décroissante de façon exponentielle. Plus précisément, compte tenu du temps de réverbération de la pièce  $\text{RT}_{60}$ , l'enveloppe d'amplitude est définie par :

$$\rho(t) = \sigma 10^{-3t/\text{RT}_{60}}, \quad (5.90)$$

où  $\sigma$  est un facteur de l'échelle.

Sur la base des deux hypothèses ci-dessus, les auteurs de [BSVG14] ont proposé quatre pénalités :

$$\mathcal{P}_1(\mathbf{A}) = \left\| \frac{\mathbf{A}}{\sigma} \right\|_1 = \sum_{m,n,t} \frac{|a_{mn}(t)|}{\sigma}, \quad (5.91)$$

$$\mathcal{P}_2(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \left\| \frac{\mathbf{A}}{\sigma} \right\|_2^2 = \sum_{m,n,t} \frac{|a_{mn}(t)|^2}{2\sigma^2}, \quad (5.92)$$

$$\mathcal{P}_{1,\rho}(\mathbf{A}) = \sum_{m,n,t} \frac{|a_{mn}(t)|}{\rho(t)}, \quad (5.93)$$

$$\mathcal{P}_{2,\rho}(\mathbf{A}) = \sum_{m,n,t} \frac{|a_{mn}(t)|^2}{2\rho^2(t)}. \quad (5.94)$$

Ces quatre pénalités favorisent différentes propriétés et aboutissent à des résultats différents. Il est montré dans [BSVG14] par des expériences que  $\mathcal{P}_{1,\rho}(\mathbf{A})$  et  $\mathcal{P}_{2,\rho}(\mathbf{A})$

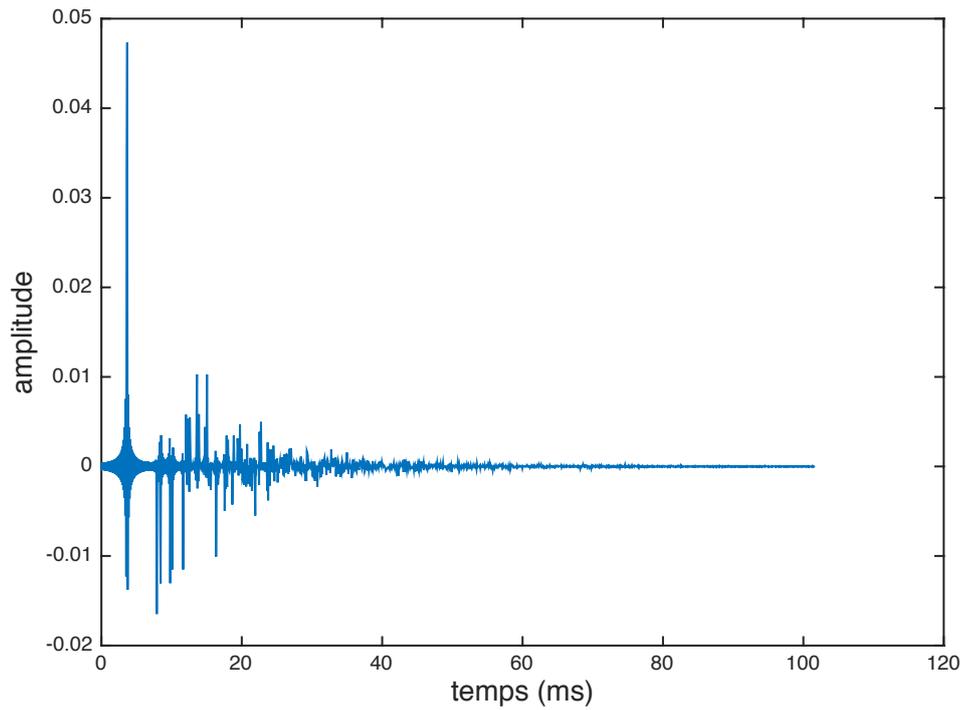


FIGURE 5.2 – Illustration d’une réponse impulsionnelle d’une pièce pour un temps de réverbération  $RT_{60} = 130$  ms.

conduisent à des meilleures performances. On peut se référer à [BSVG14] pour une discussion plus détaillée.

# 6

## Séparation non aveugle des mélanges convolutifs sous-déterminés par seuillage structuré

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Modèle et formulation</b>	<b>100</b>
<b>6.2</b>	<b>Windowed-Group-Lasso : un opérateur de seuillage structuré</b>	<b>100</b>
<b>6.3</b>	<b>Analyse en composantes morphologiques</b>	<b>102</b>
<b>6.4</b>	<b>Expériences</b>	<b>103</b>
6.4.1	Configuration expérimentale	103
6.4.2	Modèle monocouche	104
6.4.3	Modèle hybride	105
<b>6.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>108</b>

---

## CHAPITRE 6. SÉPARATION NON AVEUGLE DES MÉLANGES CONVOLUTIFS SOUS-DÉTERMINÉS PAR SEUILLAGE STRUCTURÉ

---

Dans ce chapitre, nous considérons le problème de séparation des mélanges convolutifs dans le cas sous-déterminé pour les sources audio. Nous supposons que les noyaux de convolution sont connus ou estimés parfaitement. Cependant même si les noyaux sont connus, ce problème de séparation reste difficile. Dans le cas sous-déterminé, nous avons moins de microphone que de sources. De plus, les mélanges convolutifs nous obligent à effectuer la séparation et la déconvolution en même temps. Sur la base de l'hypothèse de parcimonie, nous avons lié le Windowed-Group-Lasso [KSD13] au problème de séparation pour obtenir une représentation parcimonieuse plus fiable. Ensuite, nous intégrons le modèle morphologique/hybride dans le modèle en étudiant l'utilisation de l'union de deux trames de Gabor.

Ce chapitre est l'objet de la publication [FK14] dans la conférence ICASSP.

### 6.1 Modèle et formulation

---

Nous rappelons tout d'abord le modèle des mélanges convolutifs dans le domaine temporel avec un bruit additif (5.70) :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \star \mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (6.1)$$

où

- $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  est la matrice d'observation,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N \times K}$  est le système de mélange,
- $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$  est la matrice des sources,
- $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{M \times T}$  dénote le bruit.

Les auteurs de [KVG10] ont proposé un problème d'optimisation parcimonieuse pour ce type de mélanges :

$$\min_{\alpha} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \alpha \Phi^H\|_F^2 + \lambda \|\alpha\|_1, \quad (6.2)$$

et ils ont proposé d'utiliser l'algorithme FISTA pour le résoudre. Nous montrons que cette méthode peut être améliorée en utilisant le Windowed-Group-Lasso et le modèle morphologique/hybride [DT02, ESDQ05].

### 6.2 Windowed-Group-Lasso : un opérateur de seuillage structuré

---

Quand on regarde les coefficients d'analyse temps-fréquence d'un signal audio, on peut remarquer qu'il existe un effet de groupement des coefficients en temps et en fréquence. L'une des limitations principales de l'estimation de LASSO (6.2) est que tous les coefficients sont traités de façon indépendante. Cependant, l'utilisation d'une pénalité de type Group-Lasso [YL06] n'est pas directement possible sur les coefficients temps-fréquence. Plus précisément, on ne peut définir les groupes indépendants comme une information a priori à prendre en compte dans l'optimisation. Pour éviter cela, certains auteurs ont étudié différents types de Group-Lasso avec

chevauchement, comme dans [JOV09, Bay11]. Cependant, la performance de ces méthodes est limitée en raison du coût de calcul élevé.

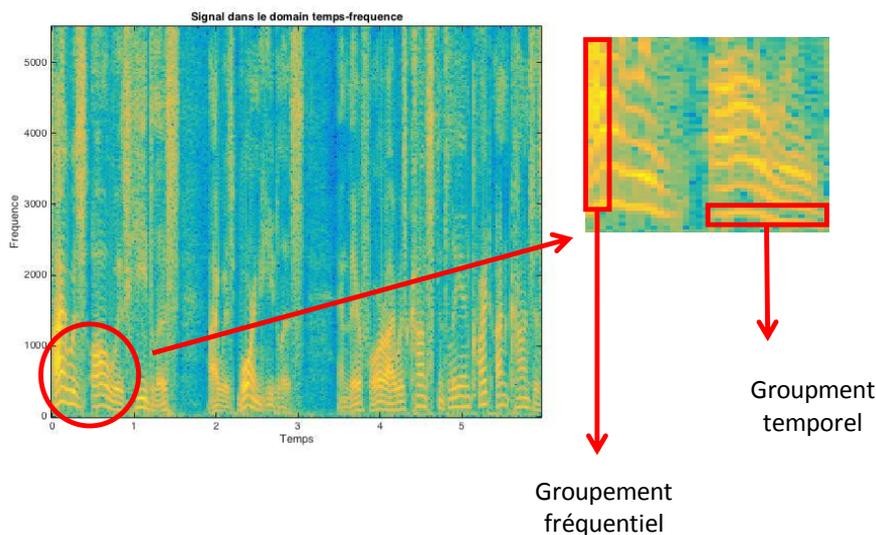


FIGURE 6.1 – Illustration de groupement dans le plan temps-fréquence d'un signal audio.

Dans ce chapitre, la stratégie choisie pour obtenir une représentation parcimonieuse plus fiable est d'utiliser l'opérateur de seuillage structuré : Windowed-Group-Lasso (WG-Lasso). L'opérateur de WG-Lasso a été d'abord défini dans [KT09] et étudié plus en profondeur dans [KSD13]. L'idée est d'utiliser l'information de voisinage d'un coefficient donné à l'intérieur des opérateurs de seuillage, afin d'exploiter les propriétés de persistance temps-fréquence. En utilisant cette structure de voisinage, WG-Lasso est défini par l'opérateur suivant, pour chaque indice temps-fréquence  $(f, \tau)$  :

$$\mathcal{S}_\lambda^{WGL}(\alpha(f, \tau)) = \alpha(f, \tau) \left( 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{\sum_{f', \tau' \in \mathcal{N}(f, \tau)} |\alpha(f', \tau')|^2}} \right)^+, \quad (6.3)$$

où  $\mathcal{N}(f, \tau)$  représente le voisinage de l'indice  $(f, \tau)$  et il est pré-défini en pratique. Cet opérateur de seuillage nous permet de sélectionner un coefficient si l'énergie de son voisinage est suffisamment grande. Par conséquent, un "gros" coefficient isolé peut être écarté, mais un "petit" coefficient au milieu des grands peut être conservé. L'opérateur de WG-Lasso est une généralisation du seuillage doux (2.28) : si le voisinage ne contient qu'un seul élément, il revient au seuillage doux classique.

Nous notons  $Q(\alpha) = \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \alpha \Phi^H\|_F^2$  et  $L$  la constante de Lipschitz de

$$\nabla Q(\alpha) = -\mathbf{A}^H \star (\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \alpha \Phi^H) \Phi \quad (6.4)$$

qui peut être calculée par l'algorithme 15. Avec l'opérateur  $\mathcal{S}_\lambda^{WGL}$  défini ci-dessus (6.3), nous présentons l'algorithme proposé dans l'algorithme 16 qui est simplement une généralisation de l'algorithme 14.

---

**Algorithme 16 : FISTA avec WGL**

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ ,  $\mathbf{z}^{(1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(1)}$ ,  $j = 1$ ,

**repeat**

$$\left| \begin{array}{l} \nabla Q(\mathbf{z}^{(j)}) = -\mathbf{A}^H \star (\mathbf{X} - \mathbf{A} \star \mathbf{z}^{(j)} \Phi^H) \Phi; \\ \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L}^{\text{WGL}} \left( \mathbf{z}^{(j)} - \frac{\nabla Q(\mathbf{z}^{(j)})}{L} \right); \\ \mathbf{z}^{(j+1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} + \frac{j}{j+4} (\boldsymbol{\alpha}^{(j+1)} - \boldsymbol{\alpha}^{(j)}); \\ j = j + 1; \end{array} \right.$$

**until** convergence;

---

### 6.3 Analyse en composantes morphologiques

---

Dans [DT02] et [ESDQ05], les auteurs ont supposé qu'un signal peut être exprimé comme la somme de deux couches morphologiques. L'hypothèse sous-jacente est que chaque classe de composantes a une décomposition parcimonieuse dans une trame spécifique. Plus précisément, pour les sources audio  $\mathbf{S}$  :

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_{\text{ton}} + \mathbf{S}_{\text{trans}} = \boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}} \Phi_{\text{ton}}^H + \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}} \Phi_{\text{trans}}^H, \quad (6.5)$$

où  $\Phi_{\text{ton}} \in \mathbb{C}^{T \times K_{\text{ton}}}$  est une trame de Gabor adapté aux signaux tonals et  $\Phi_{\text{trans}} \in \mathbb{C}^{T \times K_{\text{trans}}}$  aux transitoires.  $\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}} \in \mathbb{C}^{N \times K_{\text{ton}}}$  et  $\boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}} \in \mathbb{C}^{N \times K_{\text{trans}}}$  sont respectivement les coefficients de synthèse de  $\mathbf{S}$  dans les deux couches. L'avantage d'une telle décomposition est qu'il nous permet d'exploiter les modèles de signal dans chaque couche morphologique. On peut se référer à [GN03] pour une étude plus théorique des décompositions hybrides.

Étant donné le modèle hybride (6.5) ci-dessus, une façon naturelle de généraliser la méthode LASSO (6.2) est de remplacer la décomposition utilisant une seule trame de Gabor par une décomposition avec deux trames de Gabor :

$$\min_{\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}}, \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star (\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}} \Phi_{\text{ton}}^H + \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}} \Phi_{\text{trans}}^H)\|_F^2 + \lambda (\mu g_{\text{ton}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}}) + (1 - \mu) g_{\text{trans}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}})). \quad (6.6)$$

où  $\lambda$  est un hyperparamètre équilibrant l'attache aux données et les régularisations.  $0 \leq \mu \leq 1$  est un hyperparamètre équilibrant les deux régularisations tonale  $g_{\text{ton}}$  et transitoire  $g_{\text{trans}}$ . Ces deux pénalités peuvent être la norme  $\ell_1$ , et peuvent aussi être la pénalité qui correspond au seuillage WGL, même si une telle pénalité n'a pas forcément une expression explicite.

Nous notons

$$Q(\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}}, \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \star (\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}} \Phi_{\text{ton}}^H + \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}} \Phi_{\text{trans}}^H)\|_F^2, \quad (6.7)$$

et donc

$$\nabla_{\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}}} Q(\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}}, \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}}) = -\mathbf{A}^H \star (\mathbf{X} - \mathbf{A} \star (\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}} \Phi_{\text{ton}}^H + \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}} \Phi_{\text{trans}}^H)) \Phi_{\text{ton}}, \quad (6.8)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}}} Q(\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}}, \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}}) = -\mathbf{A}^H \star (\mathbf{X} - \mathbf{A} \star (\boldsymbol{\alpha}_{\text{ton}} \Phi_{\text{ton}}^H + \boldsymbol{\alpha}_{\text{trans}} \Phi_{\text{trans}}^H)) \Phi_{\text{trans}}. \quad (6.9)$$

L'algorithme 16 peut être généralisé dans l'algorithme 17. Dans l'algorithme 17,  $L_1$  et  $L_2$  sont respectivement les constantes de Lipschitz de  $\nabla_{\alpha_{\text{ton}}} Q(\alpha_{\text{ton}}, \alpha_{\text{trans}})$  et  $\nabla_{\alpha_{\text{trans}}} Q(\alpha_{\text{ton}}, \alpha_{\text{trans}})$  et peuvent être calculées avec l'algorithme 15. Les voisinages pour les opérateurs  $\mathcal{S}_{\lambda/L_1}^{\text{WGL},1}$  et  $\mathcal{S}_{\lambda/L_2}^{\text{WGL},2}$  sont pré-définis et peuvent être différents pour s'adapter à la couche tonale et à la couche transitoire. Ces paramètres seront étudiés dans la section d'expérimentation suivante.

---

**Algorithme 17** : FISTA avec WGL et deux trames de Gabor
 

---

Initialisation :  $\alpha_{\text{ton}}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K_{\text{ton}}}$ ,  $\alpha_{\text{trans}}^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times K_{\text{trans}}}$ ,  $\mathbf{z}_{\text{ton}}^{(1)} = \alpha_{\text{ton}}^{(1)}$ ,  
 $\mathbf{z}_{\text{trans}}^{(1)} = \alpha_{\text{trans}}^{(1)}$ ,  $j = 1$ .

repeat

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{z}_{\text{ton}}} Q(\mathbf{z}_{\text{ton}}^{(j)}, \mathbf{z}_{\text{trans}}^{(j)}) &= -\mathbf{A}^H \star \left( \mathbf{X} - \mathbf{A} \star (\mathbf{z}_{\text{ton}}^{(j)} \Phi_{\text{ton}}^H + \mathbf{z}_{\text{trans}}^{(j)} \Phi_{\text{trans}}^H) \right) \Phi_{\text{ton}} ; \\ \nabla_{\mathbf{z}_{\text{trans}}} Q(\mathbf{z}_{\text{ton}}^{(j)}, \mathbf{z}_{\text{trans}}^{(j)}) &= -\mathbf{A}^H \star \left( \mathbf{X} - \mathbf{A} \star (\mathbf{z}_{\text{ton}}^{(j)} \Phi_{\text{ton}}^H + \mathbf{z}_{\text{trans}}^{(j)} \Phi_{\text{trans}}^H) \right) \Phi_{\text{trans}} ; \\ \alpha_{\text{ton}}^{(j+1)} &= \mathcal{S}_{\lambda/L_1}^{\text{WGL},1} \left( \mathbf{z}_{\text{ton}}^{(j)} - \frac{\nabla_{\mathbf{z}_{\text{ton}}} Q(\mathbf{z}_{\text{ton}}^{(j)}, \mathbf{z}_{\text{trans}}^{(j)})}{L_1} \right); \\ \alpha_{\text{trans}}^{(j+1)} &= \mathcal{S}_{\lambda/L_2}^{\text{WGL},2} \left( \mathbf{z}_{\text{trans}}^{(j)} - \frac{\nabla_{\mathbf{z}_{\text{trans}}} Q(\mathbf{z}_{\text{ton}}^{(j)}, \mathbf{z}_{\text{trans}}^{(j)})}{L_2} \right); \\ \mathbf{z}_{\text{ton}}^{(j+1)} &= \alpha_{\text{ton}}^{(j+1)} + \frac{j}{j+4} (\alpha_{\text{ton}}^{(j+1)} - \alpha_{\text{ton}}^{(j)}); \\ \mathbf{z}_{\text{trans}}^{(j+1)} &= \alpha_{\text{trans}}^{(j+1)} + \frac{j}{j+4} (\alpha_{\text{trans}}^{(j+1)} - \alpha_{\text{trans}}^{(j)}); \\ j &= j + 1 \end{aligned}$$

until *convergence*;

---

## 6.4 Expériences

---

Après la présentation de la configuration expérimentale, nous évaluons les algorithmes proposés dans le cas sous-déterminé. Plus précisément, nous étudions les influences de la taille des fenêtres de Gabor et celle des voisinages pour l'opérateur  $\mathcal{S}^{\text{WGL}}$  et également le bénéfice du modèle hybride.

### 6.4.1 Configuration expérimentale

Pour les expériences présentées dans ce chapitre, nous avons évalué les algorithmes pour dix ensembles de sources de paroles masculines et/ou féminines de différentes nationalités et dix ensembles de sources de musique (voix chantante et divers instruments). Les signaux ont été échantillonnés à 11 kHz. Les systèmes de mélange ont été simulés par la technique d'image [SK02]. Le nombre de microphones et le nombre de sources ont été respectivement fixés à 2 et à 4. La distance entre deux microphones a été fixé à  $d = 1$  m et le temps de réverbération était  $\text{RT}_{60} = 250$  ms.

Dans toutes les expériences, la transformée de Gabor a été calculée avec des fenêtres ajustées et un chevauchement de 50% à l'aide de la boîte à outils ltfat [STB12]. Le centre des voisinages est toujours choisi comme l'échantillon consi-

déré pour  $\mathcal{S}^{\text{WGL}}$ . Afin d'évaluer uniquement les différentes méthodes en fonction de l'efficacité de séparation des sources, nous n'avons pas ajouté du bruit. Afin d'éviter une évaluation complexe des hyperparamètres  $\lambda$  et  $\mu$  dans (6.6), nous choisissons le paramètre le plus naturel, c'est-à-dire  $\lambda \rightarrow 0$  (en pratique, nous avons choisi  $\lambda = 10^{-8}$ ) pour obtenir une reconstruction parfaite du mélange (et ensuite, ne pas effectuer de débruitage) et  $\mu = 0.5$  afin de ne pas favoriser une couche spécifique. On peut certainement améliorer les résultats en jouant avec ces hyperparamètres, au prix d'un coût de calcul supplémentaire.

Les performances de séparation ont été évaluées à l'aide du rapport signal/distorsion (SDR) et du rapport signal/interférence (SIR) [VGF06].

## 6.4.2 Modèle monocouche

Nous illustrons tout d'abord l'avantage de la parcimonie structurée (WGL) sur le LASSO, c'est-à-dire dans le cas où un seul dictionnaire de Gabor est utilisé. Dans ce cas, il reste principalement deux paramètres pour influencer la qualité de séparation : la taille de la fenêtre de Gabor et la taille du voisinage pour WGL. Nous rappelons que WGL se réduit à seuillage doux classique lors que la taille du voisinage est 1.

On présente sur les figures 6.2 et 6.3 les variations du SDR et du SIR en fonction de la taille du voisinage, pour différentes tailles des fenêtres. La forme du voisinage est sur la ligne horizontale du spectrogramme afin de tenir compte de la structure dans la direction temporelle.

Notons que le SDR du LASSO pour les sources de *parole* atteint sa valeur maximale (7.9 dB) lorsque la fenêtre de Gabor est de 512 échantillons (46.5 ms) et que le maximum (8.6 dB) du WG-Lasso est atteint avec la même largeur de fenêtre quand la taille du voisinage est 3. Pour les sources *musicales*, le SDR (6.1 dB) maximum de LASSO est obtenue lorsque la fenêtre est de 1024 échantillons (93, 1 ms) et que le maximum (6.7 dB) de WG-Lasso est atteint avec une fenêtre de 512 échantillons. Cependant, la différence entre la performance (SDR et SIR) de WG-Lasso avec la fenêtre de 512 échantillons et 1024 échantillons n'est pas significative.

On remarque que l'algorithme avec WG-Lasso est relativement robuste au choix du voisinage : il y a une augmentation significative de la performance du Lasso au WG-Lasso avec le voisinage égale à 3, mais élargir encore le voisinage n'améliore pas les performances. Les mêmes remarques s'appliquent pour le SIR qui est également amélioré.

En conclusion, dans le cas où il n'y en a qu'une seule trame de Gabor (la décomposition morphologique n'est pas prise en considération), la meilleure performance est atteinte lorsque la fenêtre de Gabor a une taille de 512 échantillons et la taille du voisinage est de 3 pour les mélanges de parole et de musique.

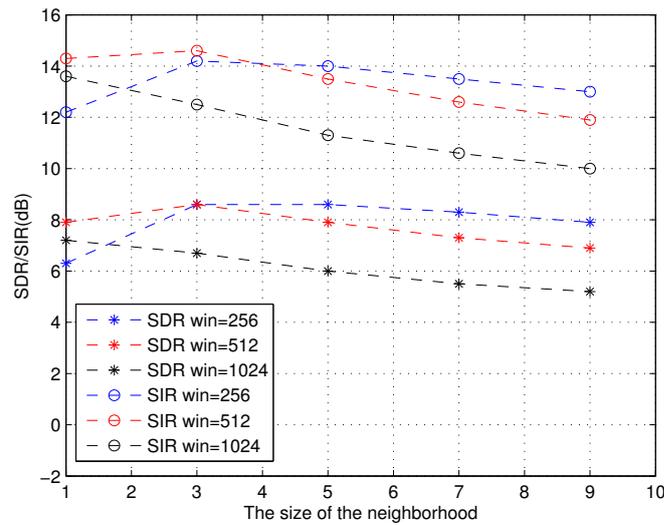


FIGURE 6.2 – Performances de séparation pour différentes tailles du voisinage pour WG-Lasso pour les sources de parole.

### 6.4.3 Modèle hybride

Nous présentons ici les résultats avec le modèle hybride. Dans ce cas, les choix des paramètres sont plus délicats : la taille de la fenêtre de Gabor pour les deux couches est variable, de même que la taille du voisinage pour WGL.

#### Taille des fenêtres de Gabor pour LASSO avec deux trames de Gabor

Nous évaluons d'abord l'algorithme avec décomposition morphologique, mais seulement avec l'opérateur de seuillage doux classique. Dans ce cas, la taille de la fenêtre de Gabor varie de  $2^8$  (23.3 ms) à  $2^{11}$  (186.2 ms) pour la partie tonale et de  $2^5$  (2.9 ms) à  $2^8$  pour la partie transitoire. Les tableaux 6.1 et 6.2 illustrent la variation des SDR et SIR.

TABLE 6.1 – SDR/SIR avec différentes tailles de fenêtres de Gabor pour les sources de parole.

		Taille de la fenêtre pour la partie tonale			
		256	512	1024	2048
Taille de la fenêtre pour la partie transitoire	32	6.5/11.9	<b>8.0/13.9</b>	7.7/13.5	6.3/12.0
	64	6.2/11.7	7.8/13.7	7.5/13.3	6.2/11.8
	128	6.0/11.4	7.7/13.6	7.4/12.3	6.2/12.0
	256	6.3/12.2	7.7/13.7	7.8/13.9	7.1/13.1

Comme le montrent les tableaux, la meilleure condition pour les sources de parole est la fenêtre de longueur 512 pour la partie tonale et 32 pour la transitoire ; le meilleur pour les sources de musique est la fenêtre de longueur 2048 pour le tonal et 256 pour le transitoire. Par ailleurs, on constate que la performance est relativement robuste par rapport au choix de la fenêtre de Gabor pour la partie transitoire

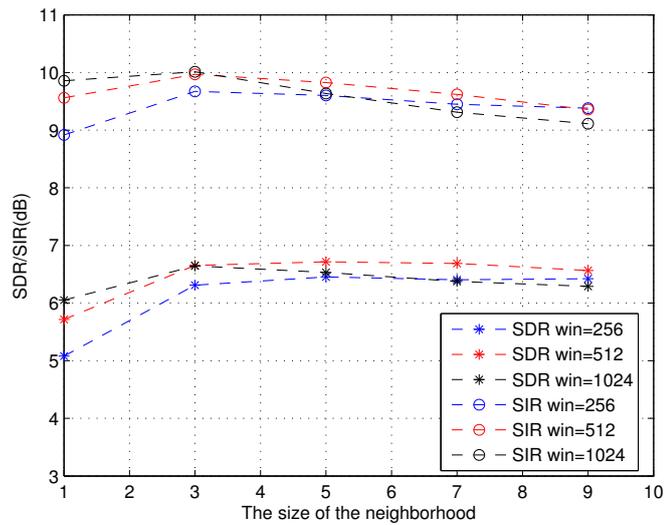


FIGURE 6.3 – Performances de séparation pour différentes tailles du voisinage pour WG-Lasso pour les sources de musique.

TABLE 6.2 – SDR/SIR avec différentes tailles de fenêtres de Gabor pour les sources de musique

		Taille de la fenêtre pour la partie tonale			
		256	512	1024	2048
Taille de la fenêtre pour la partie transitoire	32	4.6/8.0	5.3/8.5	5.8/8.9	5.9/8.9
	64	4.6/8.0	5.4/8.6	5.9/9.1	6.0/9.1
	128	4.9/8.2	5.4/8.7	6.0/9.2	6.2/9.3
	256	5.1/9.0	5.4/8.7	6.0/9.3	<b>6.2/9.3</b>

pour les deux types de source. Pour les signaux de parole, les tendances observées lorsque l'on considère le choix de la fenêtre pour la partie tonale sont similaires aux tendances lorsqu'une trame Gabor est utilisée. Cependant, des tendances similaires n'apparaissent pas pour les sources musicales.

### Taille des voisinages pour WG-Lasso avec la décomposition morphologique

Maintenant, nous prenons en considération la décomposition morphologique et l'opérateur de seuillage structuré  $\mathcal{S}^{\text{WGL}}$ . Dans ce cas, pour les signaux de parole, nous avons d'abord fixé la taille de la fenêtre de Gabor pour la couche tonale à 512 échantillons et à 32 pour la couche transitoire. La taille des voisinages pour les deux couches varie entre 1 et 9. Pour la partie tonale et la partie transitoire, les voisinages sont sur les points temps-fréquence adjacents sur la ligne horizontale verticale du spectrogramme du spectrogramme, respectivement. La performance est présentée dans le tableau 6.3.

On voit que la meilleure performance est atteinte lorsque le voisinage est de 3 pour la couche tonale et 5 pour la transitoire. En plus d'améliorer le SDR et le SIR, l'algorithme est également robuste par rapport au choix des voisinages lorsque la

TABLE 6.3 – Performance (SDR/SIR) du WG-Lasso à deux couches en fonction de la taille différente de voisinage pour les signaux de parole

Signaux de parole, fenêtres 512-32		Taille du voisinage pour la partie tonale			
		1	3	5	9
Taille du voisinage pour la partie transitoire	1	8.0/13.9	8.4/14.0	7.7/13.1	6.7/11.9
	3	8.2/14.2	9.0/14.7	8.4/13.9	7.7/12.8
	5	8.2/14.2	<b>9.0/14.8</b>	8.5/14.0	7.8/12.9
	9	8.1/14.2	9.0/14.8	8.4/13.9	7.7/12.8
Signaux de parole, fenêtres 256-32		Taille du voisinage pour la partie tonale			
		1	3	5	9
Taille du voisinage pour la partie transitoire	1	6.5/11.9	7.9/13.2	7.7/13.0	7.0/12.2
	3	6.7/12.2	8.6/14.0	8.6/13.9	7.8/12.8
	5	6.6/12.2	8.8/14.2	8.8/14.0	8.3/13.3
	9	6.6/12.2	8.7/14.1	<b>9.1/14.5</b>	8.4/13.4

taille des voisinages est comprise entre 3 et 5.

Pour les sources musicales, nous définissons les tailles des fenêtres de Gabor pour les deux couches à (2048, 256) et (512, 32) respectivement. Les performances sont illustrées dans le tableau 6.4.

TABLE 6.4 – Performance (SDR/SIR) du WG-Lasso à deux couches en fonction de la taille différente de voisinage pour les signaux de musique

Signaux de musique, fenêtres 2048-256		Taille du voisinage pour la partie tonale			
		1	3	5	9
Taille du voisinage pour la partie transitoire	1	6.2/9.3	6.7/9.6	6.7/9.5	6.5/9.3
	3	6.4/9.5	7.1/9.9	<b>7.2/10.0</b>	7.1/9.8
	5	6.3/9.4	7.0/9.9	7.1/9.9	7.1/9.7
	9	6.1/9.3	6.8/9.7	7.0/9.7	7.0/9.6
Signaux de musique, fenêtres 512-32		Taille du voisinage pour la partie tonale			
		1	3	5	9
Taille du voisinage pour la partie transitoire	1	5.3/8.5	5.9/8.9	6.0/8.8	5.9/8.6
	3	5.4/8.7	6.3/9.3	6.4/9.3	6.4/9.1
	5	5.5/8.8	6.4/9.4	6.6/9.4	6.6/9.2
	9	5.4/8.7	6.4/9.4	<b>6.6/9.3</b>	6.6/9.1

En conclusion, la meilleure performance avec décomposition morphologique est obtenue lorsque les tailles des fenêtres sont (512,32) pour les signaux de parole, et (2048,256) pour la musique. La taille des voisinages entre 3 et 5 semble être favorable pour les deux types de sources.

Nous pouvons résumer tous les résultats dans le tableau 6.5, qui montre la variation de SDR/SIR pour Lasso et WG-Lasso avec et sans la décomposition morphologique. On peut remarquer que l'algorithme avec la décomposition morphologique surpasse la méthode sans la décomposition morphologique pour Lasso et WG-Lasso. Il est intéressant de noter que les performances sont améliorées de plus de 1 dB en terme de SDR et de SIR pour la parole. Pour les signaux musicaux, si le SDR est amélioré de 1 dB, le SIR reste le même.

### 6.4.3 - *Modèle hybride*

---

TABLE 6.5 – SDR/SIR : Deux Gabor vs Un Gabor

	Lasso +1Gabor	Lasso +2Gabors	WG-Lasso +1Gabor	WG-Lasso +2Gabors
Signaux de parole	7.9/14.3	8.0/13.9	8.6/14.6	<b>9.1/14.5</b>
Signaux de musique	6.0/9.9	6.2/9.3	6.7/10.0	<b>7.2/10.0</b>

## 6.5 Conclusion

---

Dans ce chapitre, nous avons étudié de manière expérimentale le problème de séparation de sources avec des mélanges convolutifs où le système de mélange est connu. Sur la base de l'hypothèse de parcimonie, nous avons intégré l'opérateur de seuillage structuré dans un algorithme existant. Nous avons également pris en compte la décomposition morphologique. Nous avons montré par des expériences que les algorithmes développés surpassaient les méthodes existantes pour les signaux de parole et les signaux musicaux.

# 7

## Séparation de source aveugle pour les mélanges convolutifs avec approximation convolutive en bande étroite

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Approximation "instantanée" en bande étroite</b>	<b>110</b>
7.1.1	Modèle en bande étroite	110
7.1.2	Parcimonie et séparation de source	111
7.1.3	Formulation du problème	111
7.1.4	Algorithme	112
<b>7.2</b>	<b>Approximation "convolutive" en bande étroite</b>	<b>114</b>
7.2.1	Modèle	114
7.2.2	Régularisation pour les noyaux de convolution	115
7.2.3	Formulation et algorithme	116
<b>7.3</b>	<b>Expériences</b>	<b>121</b>
7.3.1	Méthodes de permutation	121
7.3.2	Configuration expérimentale	122
7.3.3	Choix des paramètres	122
7.3.4	Mélanges convolutifs sous-déterminés sans bruit	123
7.3.5	Mélanges convolutifs sous-déterminés avec du bruit	126
7.3.6	Temps de calcul	128
<b>7.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>129</b>

---

Dans ce chapitre, nous étudions le problème de séparation de source aveugle pour les mélanges convolutifs sous-déterminés. Sur la base d'une approximation en bande étroite, le problème est abordé en deux étapes : l'étape de séparation dans chaque bande fréquentielle et l'étape d'alignement (ou résolution du problème de permutation) qui permute l'ordre des sources estimées afin que les composantes fréquentielles provenant d'une même source soient regroupées. Nous proposons un algorithme qui se concentre sur l'étape de séparation aveugle par analyse en composantes parcimonieuses. Ensuite, nous généralisons l'algorithme en utilisant le modèle d'approximation convolutive en bande étroite. Diverses pénalités sont discutées pour le noyau de convolution. Nous montrons que les algorithmes proposés fonctionnent mieux que les méthodes existantes.

## 7.1 Approximation "instantanée" en bande étroite

---

Sur la base de l'hypothèse de parcimonie des sources, nous formulons dans cette section le problème de séparation en tant que problème d'optimisation dans le domaine temps-fréquence. Nous proposons ensuite deux algorithmes pour résoudre le problème avec garantie de convergence.

### 7.1.1 Modèle en bande étroite

Nous rappelons le modèle de mélanges convolutifs avec du bruit dans le domaine temporel (5.1) :

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N a_{mn}(t) * s_n(t) + n_m(t), \quad 1 \leq t \leq T, 1 \leq m \leq M, \quad (7.1)$$

où  $T$  est le nombre d'échantillons temporels.  $N$  est le nombre de sources et  $M$  est le nombre d'observations.

Avec l'approximation "multiplicative" en bande étroite, le modèle dans le domaine temps-fréquence s'écrit dans l'équation (5.3) :

$$\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) = \sum_{n=1}^N \tilde{\mathbf{a}}_n(f) \tilde{s}_n(f, \tau) + \tilde{\mathbf{n}}(f, \tau), \quad 1 \leq f \leq L_F, \quad 1 \leq \tau \leq L_T, \quad (7.2)$$

où  $L_F$  et  $L_T$  sont respectivement le nombre de composantes fréquentielles et de trames temporelles dans le domaine temps-fréquence.

Nous formulons le processus de mélange dans la bande de fréquence  $f$  avec des notations matricielles comme suit :

$$\tilde{\mathbf{X}}_f = \tilde{\mathbf{A}}_f \tilde{\mathbf{S}}_f + \tilde{\mathbf{N}}_f, \quad (7.3)$$

où, pour la composante fréquentielle  $f$  :

- $\tilde{\mathbf{X}}_f \in \mathbb{C}^{M \times L_T}$  est la matrice d'observations,
- $\tilde{\mathbf{A}}_f \in \mathbb{C}^{M \times N}$  est la matrice des coefficients d'analyse des mélanges,

- $\tilde{\mathbf{S}}_f \in \mathbb{C}^{N \times L_T}$  est la matrice des coefficients d'analyse des sources,
- $\tilde{\mathbf{N}}_f \in \mathbb{C}^{M \times L_T}$  est le bruit qui contient les coefficients Gabor du bruit additif et aussi le résidu en raison de l'approximation en bande étroite.

Pour estimer les coefficients d'analyse des sources  $\tilde{\mathbf{S}}_f$  dans (7.3), par définition (voir la section 2.1 pour plus de détails), idéalement, il faudrait que  $\tilde{\mathbf{S}}_f$  soit obtenue par la transformée de Gabor des signaux sources correspondant. Autrement dit, on doit estimer  $\tilde{\mathbf{S}}_f$  tel qu'il existe une matrice des sources  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$  qui satisfait

$$\tilde{\mathbf{S}}_f = [\mathbf{S}\Phi]_f, \quad (7.4)$$

où  $\Phi \in \mathbb{C}^{T \times K}$  est le dictionnaire de Gabor défini dans (2.5) avec  $K$  le nombre d'atomes.  $[\cdot]_f$  désigne la ligne  $f$  de la matrice. Cette tâche est un problème difficile parce que cela rejoute des contraintes au problème. Pour contourner cette difficulté, nous remplaçons les coefficients d'analyse  $\tilde{\mathbf{S}}_f$  par les coefficients de synthèse  $\alpha_f \in \mathbb{C}^{N \times L_T}$  dans (7.3) et on obtient :

$$\tilde{\mathbf{X}}_f = \tilde{\mathbf{A}}_f \alpha_f + \tilde{\mathbf{N}}_f. \quad (7.5)$$

### 7.1.2 Parcimonie et séparation de source

Pour le modèle (7.5), l'hypothèse de parcimonie est souvent utilisée [SAM11, WKSM07] (voir la section 5.1.1 pour plus de détails). Toutefois, la performance de ces méthodes est limitée principalement parce que :

- Ces méthodes sont basées sur l'hypothèse de sources disjointes : dans chaque case temps-fréquence, il n'y a qu'une seule source supposées active ou au moins dominante. Cette hypothèse peut s'avérer trop forte en pratique.
- Ces méthodes sont basées sur la méthode de masquage, par conséquent l'erreur de modèle due à l'approximation en bande étroite n'est pas prise en compte.
- Les méthodes sont essentiellement développées dans des cas sans bruit et peuvent être peu robuste à l'ajout d'un bruit additif.

Les deux premières limitations rendent les algorithmes existant principalement adaptés pour le cas où le noyau de convolution est court par rapport à la fenêtre de Gabor. Dans les applications audio, cette situation correspond à une réverbération faible.

### 7.1.3 Formulation du problème

Sur la base de l'hypothèse de parcimonie, nous proposons d'estimer conjointement la matrice de mélange  $\tilde{\mathbf{A}}_f$  et les sources  $\alpha_f$  dans chaque bande fréquentielle  $f$  par le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\tilde{\mathbf{A}}_f, \alpha_f} \|\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f \alpha_f\|_F^2 + \lambda_f \|\alpha_f\|_1 + g(\tilde{\mathbf{A}}_f), \quad (7.6)$$

où  $g(\tilde{\mathbf{A}}_f)$  est la fonction indicatrice pour éviter des solutions triviales en raison de l'ambiguïté d'échelle :

$$g(\tilde{\mathbf{A}}_f) = \iota_{\mathcal{C}}(\tilde{\mathbf{A}}_f) = \begin{cases} 0 & \text{si } \|\tilde{\mathbf{a}}_{f,n}\| = 1, n = 1, 2, \dots, N \\ +\infty & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.7)$$

où  $\tilde{\mathbf{a}}_{f,n}$  est la  $n$ -ième colonne de  $\tilde{\mathbf{A}}_f$ .

Étant inspiré par la formulation (4.3), cette formulation présente les avantages suivants :

- Dans (7.6), nous avons choisi la forme lagrangienne au lieu de l'optimisation avec contrainte linéaire pour permettre l'erreur de reconstruction. Une telle formulation nous permet de tenir compte du terme de bruit  $\tilde{\mathbf{N}}_f$  qui contient le bruit additif et l'erreur de modèle.
- La régularisation  $\ell_1$  exploite la parcimonie des coefficients temps-fréquence des sources, qui est une hypothèse moins forte que la disjonction des sources.

## 7.1.4 Algorithme

Le problème (7.6) est un problème d'optimisation avec un terme non convexe et un terme non différentiable. Nous proposons d'utiliser l'algorithme PALM [BST13] et BC-VMFB [CPR16] pour résoudre le problème. Ces deux algorithmes ont déjà été utilisés pour les mélanges instantanés dans le chapitre 4.

### N-PALM

La méthode PALM [BST13] est conçue pour traiter les problèmes d'optimisation non convexes. De la formule générale (2.34) présentée dans la section 2.4.3, pour le problème (7.6), nous faisons les substitutions suivantes :

$$\begin{aligned} F(\boldsymbol{\alpha}_f) &= \lambda \|\boldsymbol{\alpha}_f\|_1, \\ Q(\boldsymbol{\alpha}_f, \tilde{\mathbf{A}}_f) &= \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f \boldsymbol{\alpha}_f\|_F^2, \\ G(\tilde{\mathbf{A}}_f) &= \iota_C(\tilde{\mathbf{A}}_f), \end{aligned} \tag{7.8}$$

et les choix particuliers :

$$t^{1,(j)} = L^{1,(j)}, \tag{7.9}$$

$$t^{2,(j)} = L^{2,(j)}, \tag{7.10}$$

où  $L^{1,(j)}$  et  $L^{2,(j)}$  sont respectivement les constantes Lipschitz de

$$\nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)H} (\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} \boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}), \tag{7.11}$$

et

$$\nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -(\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}) \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H}. \tag{7.12}$$

Nous présentons l'algorithme dans l'algorithme 18. Nous nous référons à cet algorithme comme N-PALM ("Narrow band PALM") dans la suite.

Dans l'algorithme 18,  $\mathcal{P}_C$  est la projection de normalisation. L'hyperparamètre  $\lambda$  est présélectionné. Le choix de cet hyper-paramètre sera discuté lors des expériences dans la section 7.3.

**Algorithme 18 : N-PALM**

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}_f^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times L_T}$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}_f^{(1)} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ ,  $L_1^{(1)} = \|\tilde{\mathbf{A}}_f^{(1)}\|_F^2$ ,  $L_2^{(1)} = \|\boldsymbol{\alpha}_f^{(1)}\|_F^2$ ,  
 $j = 1$ ;

**repeat**

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)H} (\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} \boldsymbol{\alpha}_f^{(j)})$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L_1^{(j)}} \left( \boldsymbol{\alpha}_f^{(j)} - \frac{1}{L_1^{(j)}} \nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) \right)$ ;
3.  $\nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -(\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}) \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H}$ ;
4.  $\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1)} = \mathcal{P}_{\mathcal{C}} \left( \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} - \frac{1}{L_2^{(j)}} \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) \right)$ ;
5.  $L^{1,(j+1)} = \|\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1)}\|_F^2$ ;
6.  $L^{2,(j+1)} = \|\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}\|_F^2$ ;
7.  $j = j + 1$ ;

**until** convergence;

**N-Regu**

L'algorithme ci-dessus peut être accéléré. Considérons le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\tilde{\mathbf{A}}_f, \boldsymbol{\alpha}_f} \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f \boldsymbol{\alpha}_f\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|\tilde{\mathbf{A}}_f\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}_f\|_1 + \iota_{\mathcal{C}}(\tilde{\mathbf{A}}_f) \quad (7.13)$$

Cette optimisation équivaut au problème (7.6). Nous proposons d'aborder le problème (7.13) en utilisant l'algorithme BC-VMFB [CPR13]. A partir de l'optimisation sous forme générale (2.34), pour le problème (7.13), nous choisissons les substitutions suivantes :

$$\begin{aligned} F(\boldsymbol{\alpha}_f) &= \lambda \|\boldsymbol{\alpha}_f\|_1, \\ Q(\boldsymbol{\alpha}_f, \tilde{\mathbf{A}}_f) &= \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f \boldsymbol{\alpha}_f\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|\tilde{\mathbf{A}}_f\|_F^2, \\ G(\tilde{\mathbf{A}}_f) &= \iota_{\mathcal{C}}(\tilde{\mathbf{A}}_f), \end{aligned} \quad (7.14)$$

et les choix particuliers :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{1,(j)} &= L^{1,(j)} \mathbf{I}, \\ \mathbf{U}^{2,(j)} &= \frac{\partial Q(\tilde{\mathbf{A}}_f, \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)})^2}{\partial^2 \tilde{\mathbf{A}}_f} = \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)} \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H} + \mu \mathbf{I}, \\ t^{1,(j)} &= t^{2,(j)} = 1. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Étant similaire à l'algorithme 5 pour les mélanges instantanés, l'étape de mise à jour de la matrice de mélange peut être écrite comme :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1/2)} &= \tilde{\mathbf{X}}_f \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H} (\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)} \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H} + \mu \mathbf{I})^{-1}, \\ \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1)} &\in \text{prox}_{\mathbf{U}^{2,(j)}, \iota_{\mathcal{C}}}(\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1/2)}). \end{aligned} \quad (7.16)$$

### 7.2.1 - Modèle

Comme le choix du paramètre  $\mu$  ne change pas le minimiseur de (7.13), en choisissant  $\mu$  suffisamment grand, la mise à jour de  $\tilde{\mathbf{A}}_f$  devient :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1/2)} &= \tilde{\mathbf{X}}_f \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H}, \\ \tilde{\mathbf{a}}_{f,n}^{(j+1)} &= \tilde{\mathbf{a}}_{f,n}^{(j+1/2)} / \|\tilde{\mathbf{a}}_{f,n}^{(j+1/2)}\|, \quad n = 1, 2, \dots, N,\end{aligned}\tag{7.17}$$

où  $\tilde{\mathbf{a}}_{f,n}^{(j+1)}$  est la  $n$ -ième colonne de  $\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1)}$ .

Nous donnons l'algorithme dans l'algorithme 19 et nous nous référons à cet algorithme comme N-Regu ("Narrow band optimisation with REGularisation") dans la suite.

---

#### Algorithme 19 : N-Regu

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}_f^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times L_T}$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}_f^{(1)} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ ,  $L^{(1)} = \|\tilde{\mathbf{A}}_f^{(1)}\|_F^2$ ,  $j = 1$ ;

**repeat**

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)H} (\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} \boldsymbol{\alpha}_f^{(j)})$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L^{(j)}}(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)} - \frac{1}{L^{(j)}} \nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}))$ ;
3.  $\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1)} = \mathcal{P}_{\mathcal{C}}(\tilde{\mathbf{X}}_f \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H})$ ;
4.  $L^{(j+1)} = \|\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1)}\|_F^2$ ;
5.  $j = j + 1$ ;

**until** convergence;

---

## 7.2 Approximation "convolutive" en bande étroite

L'approximation multiplicative en bande étroite modélise bien la convolution uniquement lorsque le noyau de convolution est plus petit que la longueur de la fenêtre de Gabor. L'approximation "convolutive" en bande étroite est un modèle plus général. Nous formulons dans cette section la séparation aveugle comme un problème d'optimisation dont nous discutons la pénalité sur le noyau de convolution dans le domaine temps-fréquence. Ensuite, nous proposons un algorithme convergent pour résoudre le problème d'optimisation.

### 7.2.1 Modèle

Comme on l'a vu à la section 5.2, l'approximation "convolutive" en bande étroite est une généralisation de l'approximation multiplicative en bande étroite. En particulier, dans chaque bande de fréquence  $f$  (5.66) :

$$\tilde{\mathbf{x}}(f, \tau) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{\mathbf{a}}_n(f, l) \tilde{s}_n(f, \tau - l).\tag{7.18}$$

où  $\mathcal{L}$  est la longueur de noyau de convolution dans le domaine temps-fréquence.

Avec l'opérateur de mélange convolutif  $\star$  défini à la section 5.3, le modèle peut être réécrit comme :

$$\tilde{\mathbf{X}}_f = \tilde{\mathbf{A}}_f \star \tilde{\mathbf{S}}_f + \tilde{\mathbf{N}}_f, \quad (7.19)$$

où  $\tilde{\mathbf{X}}_f$ ,  $\tilde{\mathbf{S}}_f$  et  $\tilde{\mathbf{N}}_f$  sont définies dans (7.3).  $\tilde{\mathbf{A}}_f \in \mathbb{C}^{M \times N \times \mathcal{L}}$  est le système de mélange à la fréquence  $f$  tel que :

$$\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn\tau} = \tilde{a}_{mn}(f, \tau), \quad (7.20)$$

où  $\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn\tau}$  est un élément scalaire de  $\tilde{\mathbf{A}}_f$  à la position  $(m, n, \tau)$ . Par la suite, nous notons également  $\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn}$  le vecteur de taille  $\mathcal{L}$  dans  $\tilde{\mathbf{A}}_f$  à la position  $(m, n)$ .

L'opérateur de mélange convolutif  $\star$  est de  $\mathbb{C}^{N \times L_T} \rightarrow \mathbb{C}^{M \times L_T}$ . Lorsque  $\mathcal{L} = 1$ , ce modèle se réduit au modèle multiplicatif (7.5).

Les avantages pour la séparation de source multicanal du modèle convolutif (7.19) par rapport à l'approximation multiplicative (7.3) ont été montrés dans [LGH17] pour le cas non aveugle. Plus précisément, ce modèle d'approximation nous permet de prendre en compte la diffusion de l'information entre les trames temporelles dans le domaine temps-fréquence pour mieux adapter la convolution dans le domaine temporel, en particulier lorsque le noyau de convolution est long (dans l'application audio, cela correspond à une réverbération plus forte).

Encore une fois, pour simplifier le problème, nous remplaçons les coefficients d'analyse  $\tilde{\mathbf{S}}_f$  par les coefficients de synthèse  $\boldsymbol{\alpha}_f$ . Il est alors naturel de remplacer la multiplication dans (7.6) par la convolution :

$$\min_{\tilde{\mathbf{A}}_f, \boldsymbol{\alpha}_f} \|\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f \star \boldsymbol{\alpha}_f\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}_f\|_1 + g(\tilde{\mathbf{A}}_f), \quad (7.21)$$

où  $g(\tilde{\mathbf{A}}_f)$  est la contrainte de normalisation telle que :

$$g(\tilde{\mathbf{A}}_f) = \begin{cases} 0, & \text{si } \sqrt{\sum_{m,\tau} |\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn\tau}|^2} = 1, \\ +\infty, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.22)$$

qui est une contrainte de pénalité pour éviter les solutions triviales. Dans ce qui suit, nous considérons également un terme de régularisation pour le noyau de convolution  $\mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f)$ .

## 7.2.2 Régularisation pour les noyaux de convolution

Le système de mélange modélise la propagation entre les sources et les capteurs, donc diffère selon les différentes applications. Dans l'application audio, ce système de mélange modélise la réverbération de la pièce. Compte tenu de la salle (taille, coefficient de réflexion des murs, etc.) et la position relative des sources aux microphones, la réponse impulsionnelle de la pièce (RIR) suit des lois physiques [GVMGO16]. Sur la base de la régularisation de la réponse impulsionnelle de la pièce proposée dans [BSVG14] (voir la section 5.3.3 pour plus de détails), nous considérons le terme de pénalité dans le domaine temps-fréquence.

### 7.2.3 - Formulation et algorithme

---

Le noyau dans le domaine temps-fréquence  $\tilde{a}_{mn}(f, \tau)$  est directement lié au noyau de convolution du domaine temporel  $a_{mn}(t)$  par :

$$\tilde{a}_{mn}(f, \tau) = [a_{mn}(t) * \zeta_f(t)] |_{t=\tau T/L_t}. \quad (7.23)$$

Cela montre qu'une pénalité peut également être considérée pour le noyau de convolution dans le domaine temps-fréquence. Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur la pénalité dans le domaine temporel  $\mathcal{P}_{2,\rho}$  pour forcer une amplitude qui décroît de façon exponentielle. Un autre avantage de  $\mathcal{P}_{2,\rho}$  est qu'il est différentiable. Le terme de pénalité correspondant dans le domaine temps-fréquence pour  $\tilde{a}_{mn}(f, \tau)$  peut être écrit comme :

$$\mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f) = \sum_{m,n,\tau} \frac{|\tilde{a}_{mn}(f, \tau)|^2}{2\tilde{\rho}_f^2(\tau)}, \quad (7.24)$$

où  $\tilde{\rho}_f(\tau)$  est le coefficient de décroissance dans le domaine temps-fréquence qui dépend du coefficient de décroissance dans le domaine temporel  $\rho(t)$  et de la fenêtre de transformée de Gabor.

### 7.2.3 Formulation et algorithme

Avec la régularisation pour le noyau dans le domaine temps-fréquence (7.24), (7.21) peut être modifiée comme suit :

$$\operatorname{argmin}_{\tilde{\mathbf{A}}_f, \boldsymbol{\alpha}_f} \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f \star \boldsymbol{\alpha}_f\|_F^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}_f\|_1 + \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f) + g(\tilde{\mathbf{A}}_f). \quad (7.25)$$

Ce problème d'optimisation est non différentiable et non convexe. Nous proposons d'utiliser l'algorithme PALM pour résoudre le problème.

#### C-PALM

Sur la base de la formulation générale d'optimisation (2.34) présentée en 2.4.3, nous effectuons les substitutions suivantes :

$$\begin{aligned} F(\boldsymbol{\alpha}_f) &= \lambda \|\boldsymbol{\alpha}_f\|_1, \\ Q(\boldsymbol{\alpha}_f, \tilde{\mathbf{A}}_f) &= \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f \star \boldsymbol{\alpha}_f\|_F^2 + \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f), \\ G(\tilde{\mathbf{A}}_f) &= g(\tilde{\mathbf{A}}_f), \end{aligned} \quad (7.26)$$

et les choix particuliers :

$$t^{1,(j)} = L^{1,(j)}, \quad (7.27)$$

$$t^{2,(j)} = L^{2,(j)}, \quad (7.28)$$

où  $L^{1,(j)}$  et  $L^{2,(j)}$  sont les constantes Lipschitz de  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)})$  et  $\nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)})$  respectivement avec :

$$\nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)H} \star (\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} \star \boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}), \quad (7.29)$$

et

$$\nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -(\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f \star \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}) \star \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H} + \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}), \quad (7.30)$$

où  $\nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)})$  est le gradient de  $\mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f)$  par rapport à  $\tilde{\mathbf{A}}_f$  à la  $j$ -ième itération, qui est donné par :

$$\left[ \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f) \right]_{mn\tau} = \frac{\tilde{a}_{mn}(f, \tau)}{\tilde{\rho}_f^4(\tau)}. \quad (7.31)$$

Nous présentons l'algorithme proposé C-PALM ("Convolutive PALM") dans l'algorithme 20. Dans l'algorithme,  $\mathcal{P}_g$  est la projection de normalisation qui cor-

---

**Algorithme 20 : C-PALM**

---

Initialisation :  $\boldsymbol{\alpha}_f^{(1)} \in \mathbb{C}^{N \times L_T}$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}_f^{(1)} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ ,  $j = 1$ ;

**repeat**

1.  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)H} \star (\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} \star \boldsymbol{\alpha}_f^{(j)})$ ;
2.  $\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)} = \mathcal{S}_{\lambda/L_{\boldsymbol{\alpha}_f}^{(j)}} \left( \boldsymbol{\alpha}_f^{(j)} - \frac{1}{L_{\boldsymbol{\alpha}_f}^{(j)}} \nabla_{\boldsymbol{\alpha}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) \right)$ ;
3.  $\nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) = -(\tilde{\mathbf{X}}_f - \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} \star \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}) \star \boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)H} + \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)})$ ;
4.  $\tilde{\mathbf{A}}_f^{(j+1)} = \mathcal{P}_g \left( \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)} - \frac{1}{L_{\tilde{\mathbf{A}}_f}^{(j)}} \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} Q(\boldsymbol{\alpha}_f^{(j+1)}, \tilde{\mathbf{A}}_f^{(j)}) \right)$ ;
5. Mettre à jour  $L_{\boldsymbol{\alpha}_f}^{(j)}$  et  $L_{\tilde{\mathbf{A}}_f}^{(j)}$  avec les algorithmes 21 et 22;
6.  $j = j + 1$ ;

**until** convergence;

---

respond à la contrainte  $g(\tilde{\mathbf{A}}_f)$  dans (7.22) :

$$\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn\tau} \leftarrow \frac{\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn\tau}}{\sqrt{\sum_{m,\tau} |\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn\tau}|^2}}. \quad (7.32)$$

Les constantes de Lipschitz  $L_{\tilde{\mathbf{A}}_f}$  et  $L_{\boldsymbol{\alpha}_f}$  dans l'algorithme 20 peuvent être calculées à l'aide de l'algorithme de l'itération de puissance dans l'algorithme 21 et l'algorithme 22. Dans les deux algorithmes, la norme  $\|\cdot\|_\infty$  est la valeur absolue maximale parmi tous les éléments.

Il est clair que le calcul des constantes de Lipschitz nécessite des sous-itérations, qui augmente donc la charge de calcul. Si nous supposons que les sources sont indépendantes dans chaque bande de fréquence  $f$ , nous montrons ci-dessous que ce calcul peut être largement simplifié.

### Calcul rapide de la constante Lipschitz

Nous nous concentrons sur le calcul de la constante Lipschitz  $L_{\tilde{\mathbf{A}}_f}$ . De l'algorithme 22, on peut voir que  $L_{\tilde{\mathbf{A}}_f}$  dépend de la fonction  $\mathcal{F}(\tilde{\mathbf{A}}_f) = (\tilde{\mathbf{A}}_f \star \boldsymbol{\alpha}_f) \star \boldsymbol{\alpha}_f^H$

### 7.2.3 - Formulation et algorithmes

---

**Algorithme 21** : Calcul de  $L_{\alpha_f}$  par l'itération de puissance

---

Initialisation :  $\alpha_f \in \mathbb{C}^{N \times L_T}$  ;

**repeat**

1.  $\mathbf{W} = \tilde{\mathbf{A}}_f^H \star \tilde{\mathbf{A}}_f \star \alpha_f$  ;
2.  $L_{\alpha_f} = \|\mathbf{W}\|_{\infty}$  ;
3.  $\alpha_f = \frac{\mathbf{W}}{L_{\alpha_f}}$  ;

**until** convergence ;

---



---

**Algorithme 22** : Calcul de  $L_{\tilde{\mathbf{A}}_f}$  par l'itération de puissance

---

Initialisation :  $\tilde{\mathbf{A}}_f \in \mathbb{C}^{M \times N \times L}$  ;

**repeat**

1.  $\mathbf{W} = (\tilde{\mathbf{A}}_f \star \alpha_f) \star \alpha_f^H + \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f)$  ;
2.  $L_{\tilde{\mathbf{A}}_f} = \|\mathbf{W}\|_{\infty}$  ;
3.  $\tilde{\mathbf{A}}_f = \frac{\mathbf{W}}{L_{\tilde{\mathbf{A}}_f}}$  ;

**until** convergence ;

---

et  $\nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f)$ . La fonction  $\nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f)$  est séparable, i.e. si on dénote  $\hat{\mathbf{A}}_f = \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}_f} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}}_f)$ , alors :

$$\hat{\mathbf{A}}_{f,mn} = P_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn}). \quad (7.33)$$

où  $P_{mn}$  est une fonction qui ne dépend que de  $\tilde{\mathbf{A}}_{f,mn}$ . Dans ce qui suit, nous montrons d'abord que la fonction  $\mathcal{F}(\tilde{\mathbf{A}}_f) = (\tilde{\mathbf{A}}_f \star \alpha_f) \star \alpha_f^H$  est également séparable et nous illustrons ensuite que cette séparabilité peut réduire le coût de calcul de la constante Lipschitz  $L_{\tilde{\mathbf{A}}_f}$ .

De la proposition 13, nous avons la proposition suivante :

**Proposition 17.** Soit  $\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j \in \mathbb{C}^T$  deux signaux et un noyau de convolution donné  $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^L$ . Soit  $\mathcal{S}_i, \mathcal{S}_j \in \mathbb{C}^{T \times L}$  deux matrices définies dans (5.79), alors :

$$\mathcal{S}_i^H \mathcal{S}_j = \begin{pmatrix} \sum_{l=L}^T s_i(l)s_j(l) & \sum_{l=L}^T s_i(l)s_j(l-1) & \dots & \sum_{l=L}^T s_i(l)s_j(l-L+1) \\ \sum_{l=L-1}^{T-1} s_i(l)s_j(l+1) & \sum_{l=L-1}^T s_i(l)s_j(l) & \dots & \sum_{l=L-1}^T s_i(l)s_j(l-L+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{l=1}^{T-L+1} s_i(l)s_j(l+L-1) & \sum_{l=1}^{T-L+2} s_i(l)s_j(l-2+L) & \dots & \sum_{l=1}^T s_i(l)s_j(l) \end{pmatrix} \quad (7.34)$$

De plus, quand  $L \ll T$ , alors on a :

$$\mathcal{S}_i^H \mathcal{S}_j \approx \begin{pmatrix} \gamma_{ij}(0) & \gamma_{ij}(1) & \dots & \gamma_{ij}(L-1) \\ \gamma_{ij}(-1) & \gamma_{ij}(0) & \dots & \gamma_{ij}(L-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{ij}(1-L) & \gamma_{ij}(2-L) & \dots & \gamma_{ij}(0) \end{pmatrix}. \quad (7.35)$$

où  $\gamma_{ij}(\tau)$  est la fonction de corrélation empirique entre  $\mathbf{s}_i$  et  $\mathbf{s}_j$  définie comme :

$$\gamma_{ij}(\tau) = \sum_{l=1}^{T-\tau} s_i(l+\tau)s_j(l). \quad (7.36)$$

De la proposition ci-dessus, on voit que si  $L \ll T$ , la matrice  $\mathcal{S}_i^H \mathcal{S}_j$  ne dépend que de la fonction de corrélation numérique  $\gamma_{ij}(\tau)$ . Par conséquent, si nous supposons que  $\mathbf{s}_i$  et  $\mathbf{s}_j$  sont indépendants et  $L \ll T$ , nous avons :

$$\gamma_{ij}(\tau) = 0, \quad \forall \tau, \quad i \neq j, \quad (7.37)$$

et

$$\mathcal{S}_i^H \mathcal{S}_j = \mathbf{0}. \quad (7.38)$$

La conclusion ci-dessus conduit à la proposition suivante pour la fonction  $\mathcal{F}(\tilde{\mathbf{A}}_f) = (\tilde{\mathbf{A}}_f \star \boldsymbol{\alpha}_f) \star \boldsymbol{\alpha}_f^H$ . Nous rejetons l'indice de fréquence  $f$  le plus possible par souci de simplicité :

**Proposition 18.** Soit  $\boldsymbol{\psi}_1, \boldsymbol{\psi}_2, \dots, \boldsymbol{\psi}_N \in \mathbb{C}^{L_T}$ ,  $N$  signaux sources indépendants dans la bande fréquentielle  $f$ , et  $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbb{C}^{M \times N \times \mathcal{L}}$  le système de mélange.  $\boldsymbol{\Psi}_n$  est la matrice construite à partir de  $\boldsymbol{\psi}_n$  comme dans (5.79).  $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{C}^{N \times L_T}$  est la matrice obtenue en concaténant les  $\boldsymbol{\psi}_n$  par :  $\boldsymbol{\alpha} = [\boldsymbol{\psi}_1, \boldsymbol{\psi}_2, \dots, \boldsymbol{\psi}_N]^T$ . En plus, nous supposons que  $\mathcal{L} \ll L_T$ . Alors la fonction  $\hat{\mathbf{A}} = \mathcal{F}(\tilde{\mathbf{A}}) = (\tilde{\mathbf{A}} \star \boldsymbol{\alpha}) \star \boldsymbol{\alpha}^H$  peut être exprimé comme suit :

$$\hat{\mathbf{A}}_{mn} = \boldsymbol{\Psi}_n^H \boldsymbol{\Psi}_n \tilde{\mathbf{A}}_{mn}. \quad (7.39)$$

*Démonstration.* Nous notons  $\tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{A}} \star \boldsymbol{\alpha}$ . De la proposition 15, nous avons :

$$\tilde{\mathbf{X}}_m = \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\Psi}_j \tilde{\mathbf{A}}_{mj}. \quad (7.40)$$

Alors pour  $\hat{\mathbf{A}}$ , on a :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}_{mn} &= \boldsymbol{\Psi}_n^H \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\Psi}_j \tilde{\mathbf{A}}_{mj} \\ &= \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\Psi}_n^H \boldsymbol{\Psi}_j \tilde{\mathbf{A}}_{mj}, \end{aligned} \quad (7.41)$$

Comme les sources sont indépendantes, on a alors

$$\boldsymbol{\Psi}_n^H \boldsymbol{\Psi}_j = \mathbf{0}, \quad \text{si } n \neq j, \quad (7.42)$$

et on a donc :

$$\hat{\mathbf{A}}_{mn} = \boldsymbol{\Psi}_n^H \boldsymbol{\Psi}_n \tilde{\mathbf{A}}_{mn}. \quad (7.43)$$

□

### 7.2.3 - Formulation et algorithmes

De la proposition ci-dessus, nous voyons que la fonction  $\mathcal{F}(\tilde{\mathbf{A}}) = (\tilde{\mathbf{A}} \star \boldsymbol{\alpha}) \star \boldsymbol{\alpha}^H$  est séparable. Par conséquent, la fonction  $(\tilde{\mathbf{A}} \star \boldsymbol{\alpha}) \star \boldsymbol{\alpha}^H + \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}})$  est séparable et nous notons :

$$h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn}) = \boldsymbol{\Psi}_n^H \boldsymbol{\Psi}_n \tilde{\mathbf{A}}_{mn} + P_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn}). \quad (7.44)$$

La constante de Lipschitz de la fonction  $h_{mn}$  est alors donnée par la proposition suivante :

**Proposition 19.** *La constante de Lipschitz de la fonction  $h_{mn}$  est :*

$$L_{mn} = L_n + \sqrt{\max_{\tau} \left( \frac{1}{\tilde{\rho}^8(\tau)} \right)}. \quad (7.45)$$

où  $L_n$  est la constante de Lipschitz de l'application linéaire :

$$\boldsymbol{\Psi}_n^H \boldsymbol{\Psi}_n = \begin{pmatrix} \gamma_n(0) & \gamma_n(1) & \dots & \gamma_n(L-1) \\ \gamma_n(-1) & \gamma_n(0) & \dots & \gamma_n(L-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_n(1-L) & \gamma_n(2-L) & \dots & \gamma_n(0) \end{pmatrix}, \quad (7.46)$$

avec  $\gamma_n(\tau)$  la fonction d'autocorrélation empirique de  $\boldsymbol{\psi}_n$  :

$$\gamma_n(\tau) = \sum_{l=1}^{L_T-\tau} \psi_n(l+\tau)\psi_n(l). \quad (7.47)$$

*Démonstration.* Nous considérons la définition de la constante de Lipschitz pour la fonction  $h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn})$ . Pour  $\tilde{\mathbf{A}}_{mn,1}, \tilde{\mathbf{A}}_{mn,2} \in \mathbb{C}^{\mathcal{L}}$ , on cherche  $L_{mn}$  tel que :

$$\|h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn,1}) - h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn,2})\| \leq L_{mn} \|\tilde{\mathbf{A}}_{mn,1} - \tilde{\mathbf{A}}_{mn,2}\|. \quad (7.48)$$

Comme  $h_{mn}$  est linéaire, on peut avoir :

$$\|h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn,1}) - h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn,2})\| = \|h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn,1} - \tilde{\mathbf{A}}_{mn,2})\|, \quad (7.49)$$

et en notant  $\tilde{\mathbf{A}}_{mn} = \tilde{\mathbf{A}}_{mn,1} - \tilde{\mathbf{A}}_{mn,2}$ , on cherche  $L_{mn}$  tel que :

$$\|h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn})\| \leq L_{mn} \|\tilde{\mathbf{A}}_{mn}\|. \quad (7.50)$$

De la fonction (7.31) (7.33), on obtient :

$$\begin{aligned} \|h_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn})\| &= \|\boldsymbol{\Psi}_n^H \boldsymbol{\Psi}_n \tilde{\mathbf{A}}_{mn} + P_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn})\| \\ &\leq \|\boldsymbol{\Psi}_n^H \boldsymbol{\Psi}_n \tilde{\mathbf{A}}_{mn}\| + \|P_{mn}(\tilde{\mathbf{A}}_{mn})\| \\ &\leq L_n \|\tilde{\mathbf{A}}_{mn}\| + \sqrt{\sum_{\tau} \frac{\tilde{\mathbf{A}}_{mn\tau}^2}{\tilde{\rho}^8(\tau)}} \\ &\leq \left( L_n + \sqrt{\max_{\tau} \left( \frac{1}{\tilde{\rho}^8(\tau)} \right)} \right) \|\tilde{\mathbf{A}}_{mn}\|. \end{aligned} \quad (7.51)$$

□

La constante de Lipschitz  $L_{\tilde{\mathbf{A}}}$  de la fonction  $(\tilde{\mathbf{A}} \star \boldsymbol{\alpha}) \star \boldsymbol{\alpha}^H + \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}})$  peut être ensuite calculée par :

$$L_{\tilde{\mathbf{A}}} = \max_{m,n} (L_{mn}). \quad (7.52)$$

*Démonstration.* Nous notons  $\mathcal{H}(\tilde{\mathbf{A}}) = (\tilde{\mathbf{A}} \star \boldsymbol{\alpha}) \star \boldsymbol{\alpha}^H + \nabla_{\tilde{\mathbf{A}}} \mathcal{P}(\tilde{\mathbf{A}})$  et  $\|\hat{\mathbf{A}}\|_F^2 = \sum_{m,n,\tau} \hat{\mathbf{A}}_{mn\tau}^2$ . On a :

$$\begin{aligned} \|\mathcal{H}(\tilde{\mathbf{A}})\|_F &= \left( \sum_{m,n} \|\hat{\mathbf{A}}_{mn}\|^2 \right)^{1/2} \\ &\leq \left( \sum_{m,n} L_{mn}^2 \|\tilde{\mathbf{A}}_{mn}\|^2 \right)^{1/2} \\ &\leq \left( \sum_{m,n} (\max_{m,n} L_{mn}^2) \|\tilde{\mathbf{A}}_{mn}\|^2 \right)^{1/2} \\ &= (\max_{m,n} L_{mn}) \|\tilde{\mathbf{A}}\|_F. \end{aligned} \quad (7.53)$$

□

Le calcul de la constante de Lipschitz par la méthode ci-dessus dépend fortement de la matrice dans (7.46). La méthode présente un avantage surtout si la longueur du noyau de convolution dans le domaine temps-fréquence  $\mathcal{L}$  n'est pas très large (voir dans la section expérimentale 7.3.3 pour un exemple).

## 7.3 Expériences

### 7.3.1 Méthodes de permutation

Nous comparons les résultats des algorithmes proposés (N-Regu<sup>1</sup> et C-PALM) aux méthodes Bin-wise [SAM11] et Full-rank [DVG10]. Nous utilisons les méthodes existantes pour résoudre le problème de permutation. Pour N-Regu, nous comparons la méthode basée sur TDOA utilisée dans [DVG10] et la corrélation inter-fréquences utilisée dans [SAM11]. Pour C-PALM, nous n'avons utilisé que la méthode de permutation proposée dans [SAM11].

Pour les méthodes Bin-wise, Full-rank, N-Regu et C-PALM, nous avons également conçu un alignement de permutation oracle. Dans chaque bande fréquentielle, nous cherchons la permutation qui maximise la corrélation entre les sources estimées et les sources d'origine. Un tel alignement de permutation oracle a l'intention de montrer la meilleure permutation possible afin de mieux comparer les méthodes de séparation.

1. Étant la version accélérée de N-PALM, N-Regu fonctionne mieux que N-PALM, par conséquent, nous ne présentons pas N-PALM.

### 7.3.2 Configuration expérimentale

Nous avons évalué les algorithmes proposés pour des mélanges de parole stéréo ( $M = 2$ ) contenant trois sources ( $N = 3$ ). Les mélanges ont été échantillonnés à 11 kHz et tronqués à 6 s. Les réponses impulsionnelles de la salle ont été simulées via la boîte à outils [LJ08]. La distance entre les deux microphones est 4 cm. Le temps de réverbération ( $RT_{60}$ ) a été défini à 50 ms, 130 ms, 250 ms et 400 ms. La figure 7.1 montre la configuration de la pièce. Pour chaque situation, nous avons créé 10 mélanges, la valeur moyenne des résultats sur les 10 mélanges est présentée.

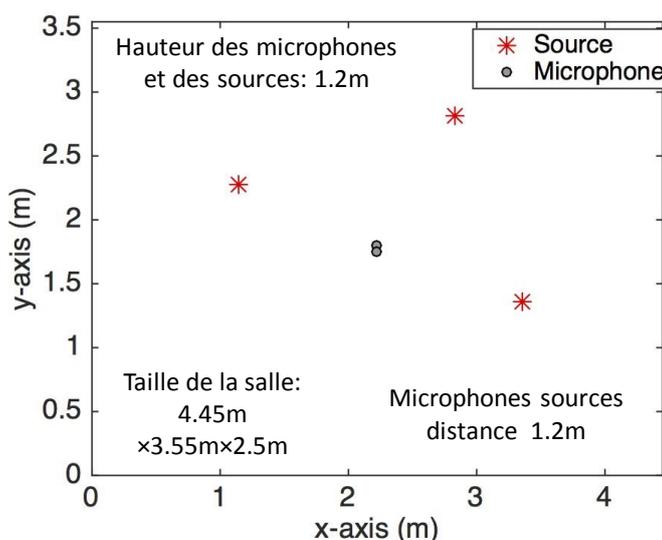


FIGURE 7.1 – Configuration de la pièce.

Nous avons choisi une transformée de Gabor avec une fenêtre de Hann de longueur 512 échantillons (46.5 ms) avec 50% de chevauchement, en utilisant l'implémentation LTFAT [STB12]. La performance de séparation a été évaluée à l'aide du rapport signal sur distorsion (SDR), du rapport signal sur interférence (SIR), du rapport entre l'image de source et la distorsion spatiale (ISR) et du rapport signaux sur artefacts (SAR) [VGF06].

### 7.3.3 Choix des paramètres

Dans toutes les expériences, nous choisissons le  $\lambda$  qui correspond au meilleur SDR. Dans le cas sans bruit, ce choix nous permet de prendre l'erreur d'approximation en considération. Dans chaque cas, nous présentons également la performance en fonction du niveau de parcimonie<sup>2</sup> des sources estimées, à laquelle  $\lambda$  est fortement liée.

Il est important de noter que cet hyperparamètre  $\lambda$  diffère dans chaque bande

2. Le niveau de parcimonie ici signifie le pourcentage d'éléments nuls dans un vecteur ou une matrice. Un niveau de parcimonie plus élevé signifie un vecteur ou une matrice plus parcimonieuse.

de fréquences car le niveau de parcimonie dans chaque bande peut être très différent (pour les signaux de parole, les composantes à haute fréquence sont plus parcimonieuses que celles à basse fréquence). Théoriquement, différents hyperparamètres doivent être déterminés pour chaque bande de fréquence. Pour des raisons de simplicité, nous avons choisi un seul  $\lambda$  pour toutes les bandes et nous effectuons un prétraitement de blanchiment pour chaque bande. Les expériences montrent que ce choix peut conduire à de bonnes performances.

Pour la méthode C-PALM, comme le temps de réverbération est inconnu pour la séparation aveugle, nous fixons empiriquement la longueur de noyau de convolution  $\mathcal{L} = 3$  et le paramètre de pénalité  $\tilde{\rho}_f(\tau) = [3.03, 3, 2.97]^T$ .

### 7.3.4 Mélanges convolutifs sous-déterminés sans bruit

Nous avons d'abord évalué les algorithmes dans le cas sans bruit.

#### Performance d'un cas particulier

La figure 7.2 montre les performances pour le cas  $RT_{60} = 130$  ms.

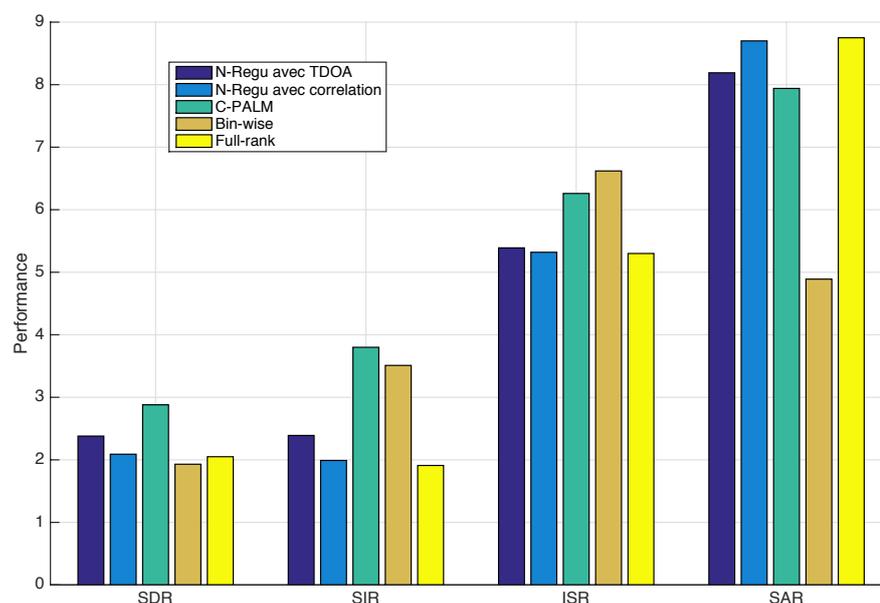


FIGURE 7.2 – Performance de séparation de sources pour le cas  $RT_{60} = 130$  ms sans bruit.

On voit que C-PALM a les meilleures performances en termes de SDR et SIR. Nous constatons qu'il surpasse les algorithmes de référence (Bin-wise et Full-rank) d'environ 1 dB en SDR. On remarque que N-Regu avec TDOA fonctionne mieux que N-Regu avec corrélation en terme de SDR, SIR et ISR. La méthode Bin-wise a le meilleur ISR qui est l'avantage de la méthode de masquage.

#### Performance en fonction de niveau de parcimonie

Nous montrons les performances de N-Regu et C-PALM en fonction du niveau de parcimonie des sources estimées la figure 7.3.

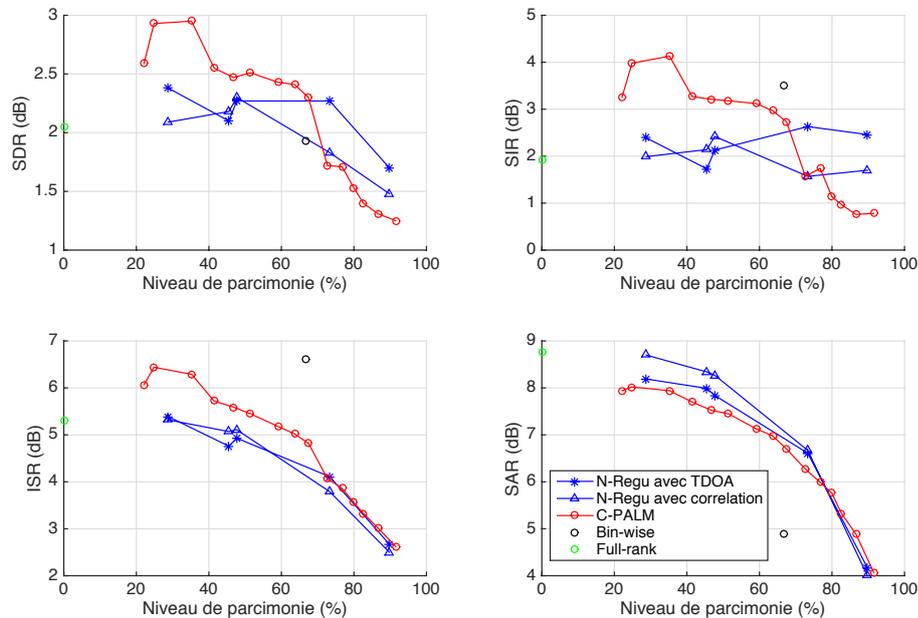


FIGURE 7.3 – Performance de séparation des sources en fonction de niveau de parcimonie pour le cas  $RT_{60} = 130$  ms sans bruit.

Le C-PALM a surpassé N-Regu en termes de SDR, SIR et ISR. Comme le nombre de sources est 3, le niveau de parcimonie de la méthode Bin-wise est de 66.6%. Full rank n'exploite pas la parcimonie, donc le niveau de parcimonie est 0. Il est intéressant de noter que, pour la méthode N-Regu avec TDOA, le niveau de parcimonie qui correspond à la meilleure performance en termes de SIR est environ 75%. Cette remarque montre que la meilleure performance de N-Regu en terme de SIR est obtenue non seulement en classifiant les coefficients temps-fréquence des observations, mais aussi en rejetant les coefficients qui correspondent à l'erreur d'approximation. C-PALM atteint sa meilleure performance lorsque le niveau de parcimonie est environ 30%. Pour tous les algorithmes, l'ISR et la SAR diminuent lorsque le niveau de parcimonie est plus élevé. Une telle tendance peut également être observée pour SDR et SIR mais avec quelques variations.

#### Performance en fonction du temps de réverbération

Nous montrons la performance des algorithmes en fonction du temps de réverbération  $RT_{60}$ . La distance entre deux microphones est toujours  $d = 4$  cm. La figure 7.4 montre les résultats.

En termes de SDR et de SIR, les méthodes existantes dépassent celles proposées lorsque  $RT_{60} = 50$  ms. Nous croyons que la mauvaise performance de C-PALM

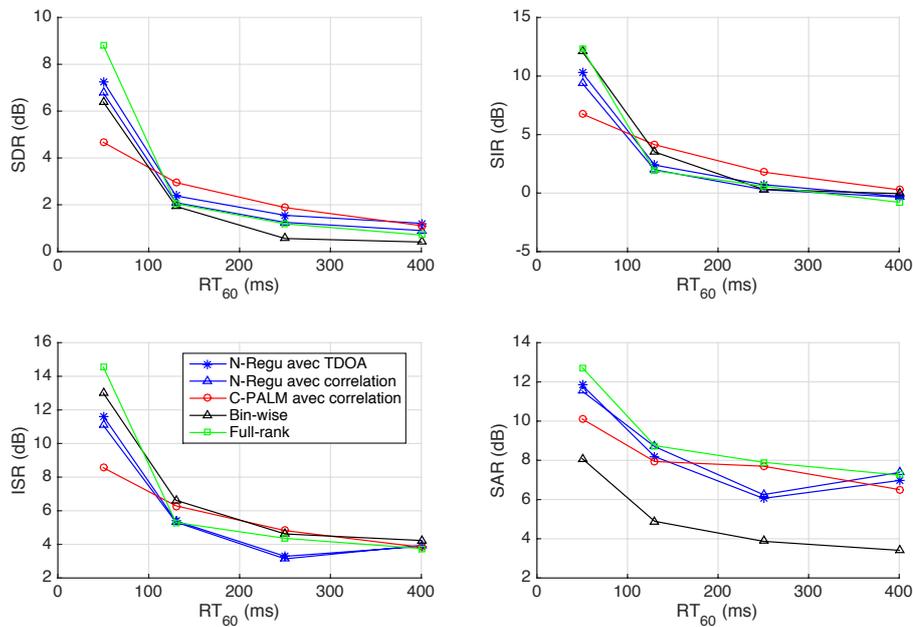


FIGURE 7.4 – Performance de séparation de sources en fonction du temps de réverbération.

dans cette situation est due au paramètre de pénalité  $\tilde{\rho}_f(\tau)$  pré-fixé. Cependant, les méthodes proposées surpassent toujours les algorithmes de référence dans des conditions de plus forte réverbération ( $RT_{60} = 130$  ms et 250 ms). Il est également important de noter que C-PALM fonctionne mieux que N-Regu en terme de SDR et SIR dans ces situations.

### Versions oracles

Enfin, nous comparons N-Regu, C-PALM et la méthode de référence Bin-wise avec leur versions oracles (avec permutation oracle) en fonction du temps de réverbération  $RT_{60}$ . La figure 7.5 montre les résultats.

Tout d'abord, en comparant avec la figure 7.4, nous voyons que tous les algorithmes sont dominés par leurs versions oracle. Cela montre que les méthodes de permutation existantes peuvent encore être améliorées. Deuxièmement, Bin-wise et Full-rank surpassent les méthodes proposées en termes de SDR et SIR et ISR pour  $RT_{60} = 50$  ms. Cependant, cela n'est plus vrai pour des conditions de réverbération plus élevées ( $RT_{60} = 130, 250$  et 400 ms). Dans ces conditions de plus forte réverbération, la version oracle de C-PALM domine les versions oracles des autres algorithmes en terme SDR et SIR, en particulier en termes de SDR. Une telle observation confirme que l'algorithme C-PALM améliore en grande partie les performances de séparation dans des conditions de forte réverbération.

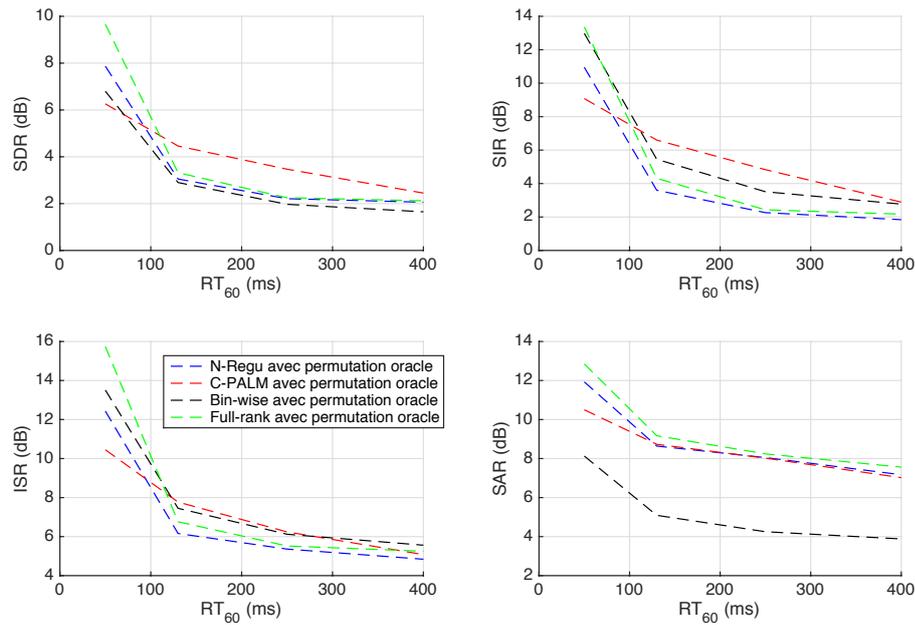


FIGURE 7.5 – Performances de séparation des sources en fonction du temps de réverbération avec les versions oracles.

### 7.3.5 Mélanges convolutifs sous-déterminés avec du bruit

Dans cette sous-section, nous évaluons les algorithmes pour les mélanges convolutifs sous-déterminés avec du bruit. Dans ce qui suit, nous n'évaluons N-Regu qu'avec la permutation TDOA pour des raisons de simplicité.

#### Performances en fonction du SNR en entrée

Dans un premier temps, nous ajoutons du bruit blanc gaussien avec différentes variances qui conduisent à différents SNR en entrée dans le domaine temporel. Les figures 7.6 et 7.7 montrent les performances de séparation en fonction du SNR en entrée pour les temps de réverbération  $RT_{60} = 50$  ms et 130 ms.

N-Regu proposé continue de surpasser les méthodes Bin-wise et Full-rank d'environ 2 dB en termes de SDR et de SIR pour  $RT_{60} = 50$  ms et 1.5 dB pour  $RT_{60} = 130$  ms. C-PALM fonctionne mieux que les méthodes existantes en SDR, mais est surpassé par N-Regu d'environ 1 dB pour  $RT_{60} = 50$  ms et 0.5 dB pour  $RT_{60} = 130$  ms. Il obtient les mêmes performances que l'état de l'art en terme de SIR et la pire performance en terme d'ISR. Les observations ci-dessus montrent que le N-Regu proposé est relativement robuste au bruit. Nous croyons que la relativement faible performance de C-PALM est due à la flexibilité du modèle de approximation convolutive et à l'alignement de permutation basé sur la corrélation entre fréquences. La deuxième conjecture est supportée par la comparaison entre les versions oracle pour  $RT_{60} = 130$  ms figurant sur la figure 7.8.

En termes de SDR et de SIR, il est clair que l'écart entre N-Regu et C-PALM

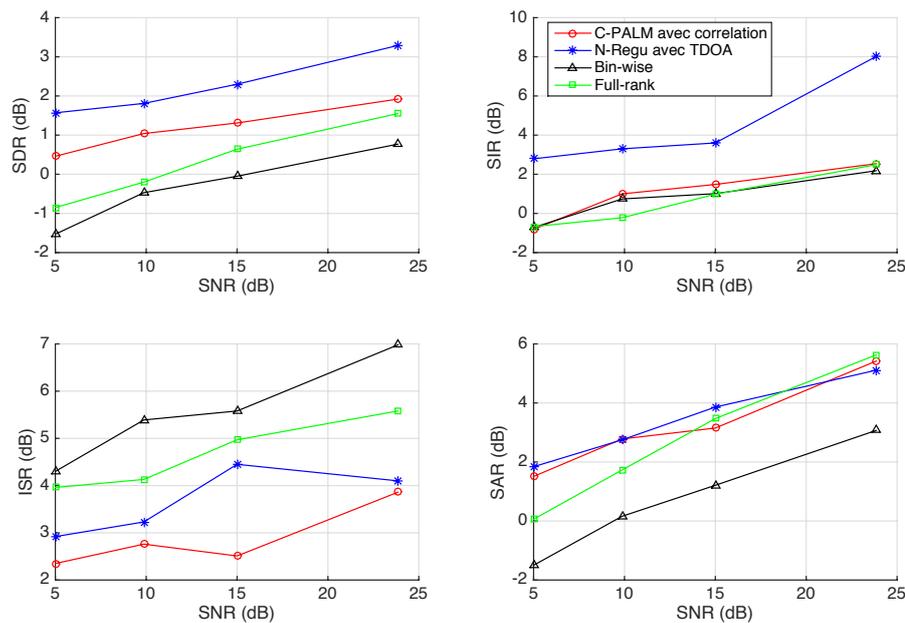


FIGURE 7.6 – Performances de séparation en fonction du SNR en entrée.  $RT_{60} = 50$  ms.

diminue lorsque le bruit d'entrée devient plus fort. Cette remarque confirme que l'étape de séparation de C-PALM est sensible au bruit d'entrée. En outre, en termes de SIR, C-PALM avec permutation oracle est toujours meilleur que N-Regu avec la permutation oracle, tandis que le C-PALM avec permutation basée sur corrélation est dominé par N-Regu avec la permutation basée sur TDOA d'environ 1 dB (figure 7.7). Cette observation montre que la performance de C-PALM peut être largement améliorée pour les mélanges bruyants si une meilleure méthode d'alignement de permutation est développée.

### Performances en fonction de niveau de parcimonie

Nous montrons la performance de séparation des méthodes proposées en fonction du niveau de parcimonie. Le temps de réverbération est de  $RT_{60} = 50$  ms et le rapport signal sur bruit d'entrée est de 9.87 dB. Les méthodes de référence Bin-wise et Full-rank sont également affichées. Les résultats sont reportés sur la Figure 7.9.

Nous voyons que pour les méthodes proposées, seul l'ISR diminue à mesure que le niveau de parcimonie augmente. Il est intéressant de noter que, pour C-PALM et N-Regu, le niveau de parcimonie correspondant au meilleur résultat en terme de SDR et SIR est d'environ 75%.

### 7.3.6 - Temps de calcul

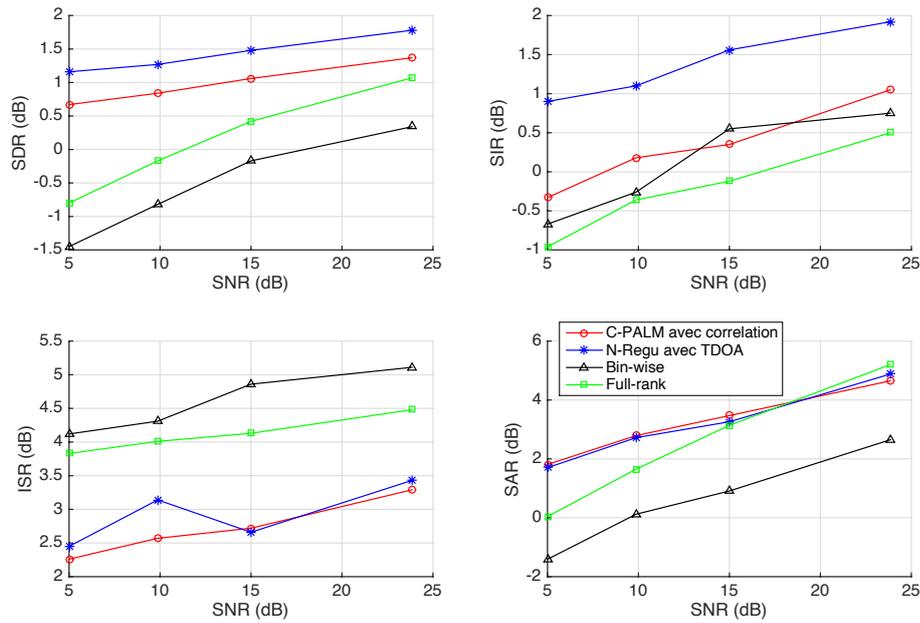


FIGURE 7.7 – Performances de séparation en fonction du SNR en entrée.  $RT_{60} = 130$  ms.

### Performances en fonction du temps de réverbération

Nous montrons les performances de séparation en fonction du temps de réverbération  $RT_{60}$  avec SNR d'entrée = 15 dB. Figure 7.10 montre les résultats.

On peut voir que le N-regu proposé améliore constamment les méthodes existantes en termes de SDR et de SIR. C-PALM fonctionne mieux que les méthodes existantes en terme de SDR, mais est surpassé par N-Regu en terme de SDR, SIR et ISR.

### 7.3.6 Temps de calcul

Nous terminons la section expérimentale en présentant le temps de calcul des algorithmes présentés dans la table 7.1.

TABLE 7.1 – Temps de calcul pour différents algorithmes.

C-PALM	N-Regu	Bin-wise	Full Rank
4960.7 s	1388.8 s	152.9 s	3415.4 s

L'algorithme C-PALM est d'un temps de calcul important principalement en raison de l'opérateur de mélange convolutif dans chaque itération.

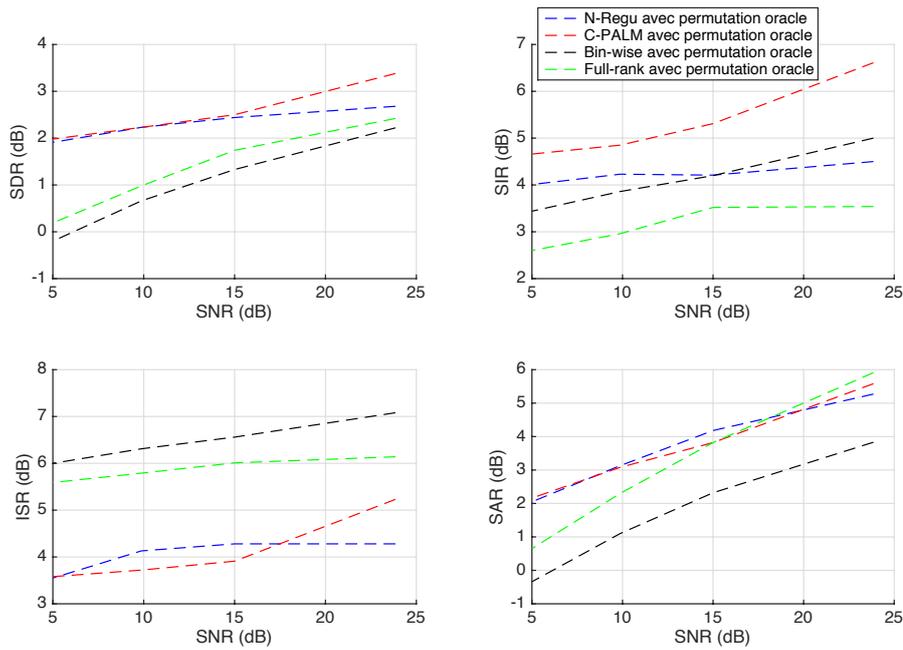


FIGURE 7.8 – Performances de séparation en fonction du SNR en entrée avec permutation oracle.  $RT_{60} = 130$  ms.

## 7.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé plusieurs algorithmes pour le problème de séparation aveugle de source sous-déterminé avec des mélanges convolutifs avec/sans bruit. En particulier, nous avons développé les algorithmes N-PALM et N-Regu pour l'approximation multiplicative en bande étroite et l'algorithme C-PALM pour l'approximation convolutive en bande étroite.

Dans le cadre sans bruit, les évaluations numériques montrent que C-PALM est le meilleur, surtout dans des scénarios de forte réverbération. Dans le cas avec du bruit, N-Regu surpasse les autres algorithmes.

### 7.3.6 - Temps de calcul

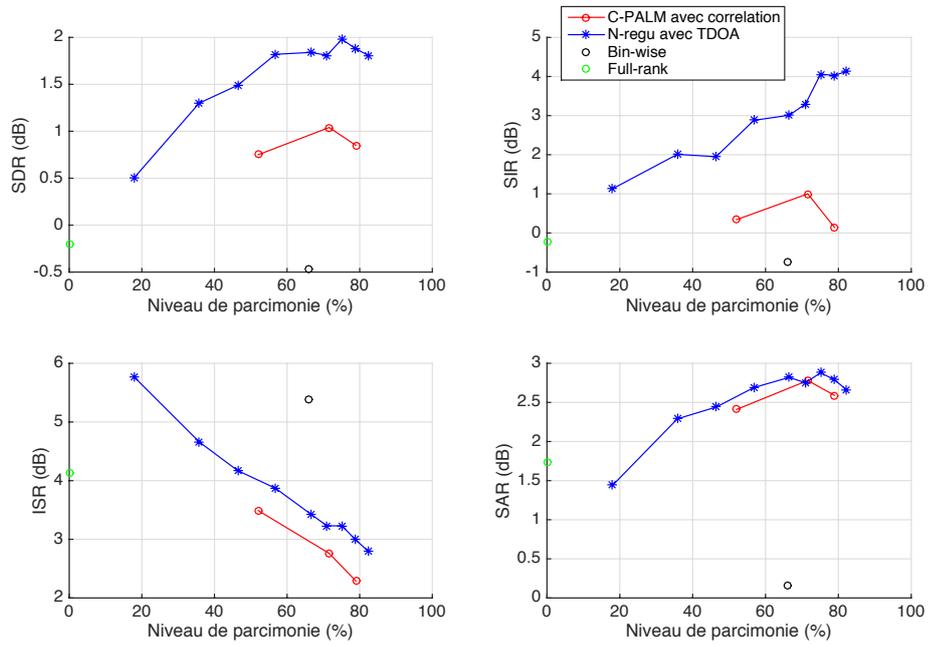


FIGURE 7.9 – Performances de séparation des sources en fonction de niveau de parcimonie pour  $RT_{60} = 50$  ms et un SNR en entrée de 9.87 dB.

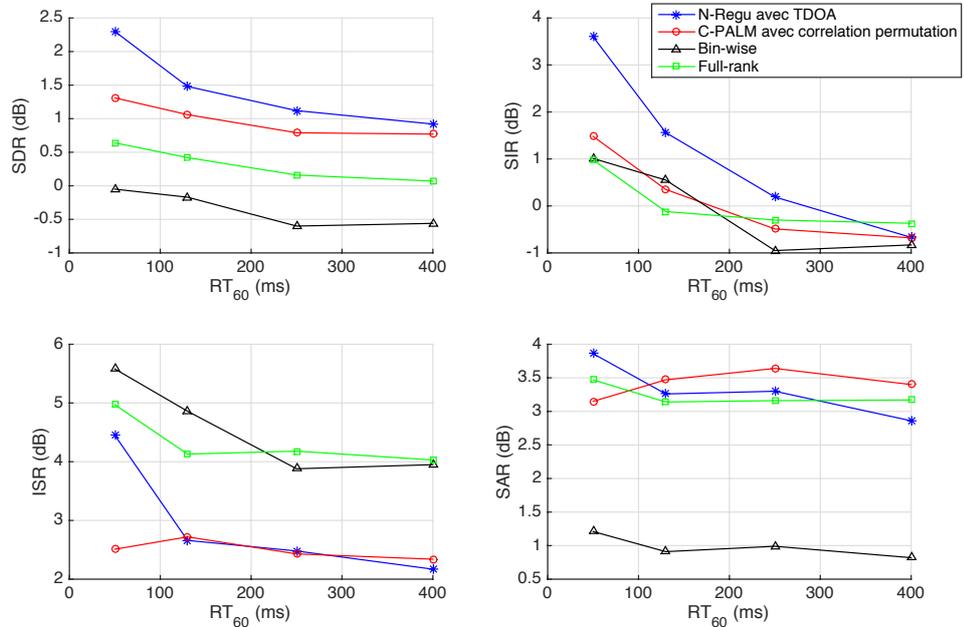


FIGURE 7.10 – Performances de séparation des sources en fonction de temps de réverbération  $RT_{60}$  avec un SNR en entrée de 15 dB.

# 8

## Séparation aveugle des mélanges convolutifs sous-déterminés : parcimonie et rang faible

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Modèle et hypothèses</b>	<b>132</b>
<b>8.2</b>	<b>Méthode proposée</b>	<b>132</b>
8.2.1	NMF jointe	133
8.2.2	Méthode de classification	136
8.2.3	Reconstruction des sources	137
8.2.4	Initialisation	138
8.2.5	Discussions	138
<b>8.3</b>	<b>Expériences</b>	<b>139</b>
8.3.1	Configuration expérimentale	139
8.3.2	Résultats de séparation pour un cas particulier	140
8.3.3	Performance en fonction du temps de réverbération	141
8.3.4	Performance en fonction de la distance entre microphones	142
8.3.5	Mélanges avec du bruit	142
8.3.6	Module vs module au carré	144
8.3.7	Temps de calcul	145
<b>8.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>146</b>

---

## CHAPITRE 8. SÉPARATION AVEUGLE DES MÉLANGES CONVOLUTIFS SOUS-DÉTERMINÉS : PARCIMONIE ET RANG FAIBLE

---

Dans ce chapitre, nous considérons le problème de séparation aveugle pour les mélanges convolutifs sous-déterminés, pour les sources de musique. Basée sur l'hypothèse de parcimonie dans le domaine temps-fréquence et de l'hypothèse de rang faible du spectrogramme des sources, nous développons la méthode STRAUSS (SparsiTy and low-Rank AmplitUde based Source Separation). Les évaluations numériques montrent que la méthode proposée surpasse les approches NMF multicanaux existantes, alors qu'elle est exclusivement basée sur l'information d'amplitude.

Ce chapitre est l'objet de la publication [FK17b] dans la conférence ICASSP.

### 8.1 Modèle et hypothèses

---

Nous rappelons d'abord le modèle de mélange dans le domaine temps-fréquence avec l'approximation "instantanée" en bande étroite (5.2) sous la forme suivante :

$$\tilde{x}_m(f, \tau) \simeq \sum_{n=1}^N \tilde{a}_{mn}(f) \tilde{s}_n(f, \tau), 1 \leq m \leq M, 1 \leq f \leq L_F, 1 \leq \tau \leq L_T, \quad (8.1)$$

où  $L_F$  et  $L_T$  sont respectivement le nombre total de bandes fréquentielles et de trames temporelle dans le domaine temps-fréquence.  $N$  est le nombre de sources et  $M$  est le nombre d'observations. Ici, nous simplifions le modèle en ignorant le terme de bruit.

Les auteurs de [SKAU13, AOD<sup>+</sup>10, OF10] ont abordé ce problème de séparation en utilisant les méthodes de type NMF. Cependant, la performance est limitée car elles sont sensibles aux initialisations et sont généralement de coût de calcul élevé.

Dans ce chapitre, nous proposons une nouvelle méthode basée sur la NMF multicanale en utilisant uniquement l'amplitude des coefficients de Gabor des observations. Nous appelons la méthode proposée STRAUSS (SparsiTy and Low-Rank Amplitude based Source Separation). Cette méthode est basée sur les deux hypothèses suivantes :

- Parcimonie : pour chaque case temps-fréquence observée, une seule source au plus contribue aux mélanges. Cette hypothèse est largement considérée pour le problème de séparation des sources audio [WKSM07, SAM11, YR04].
- Rang faible : le spectrogramme de chaque source peut être décomposé par NMF. Cette hypothèse est la base des méthodes de NMF multicanale pour la séparation des mélanges convolutifs.

Bien qu'il soit mentionné dans [SKAU13] que l'information de phase est cruciale pour la séparation, nous montrons qu'en se concentrant sur l'information d'amplitude, les algorithmes proposés surpassent les approches de l'état de l'art.

### 8.2 Méthode proposée

---

Cette méthode est conçue en trois étapes :

1. les spectrogrammes de l'observation sont décomposés en composantes de rang un à l'aide d'une décomposition NMF jointe,
2. une classification des motifs fréquentiels obtenues par la NMF jointe est réalisée en utilisant une technique de classification spectrale,
3. les sources estimées sont reconstruites via filtrage de Wiener.

### 8.2.1 NMF jointe

Les méthodes de type NMF pour la séparation de sources consistent généralement à décomposer les observations en plusieurs composantes, puis à les classer, afin que chaque composante soit affecté à une seule source. Pour la NMF multicannale existante, les matrices de covariances spatiales qui caractérisent l'information spatiale des sources sont utilisées pour réaliser la classification. Dans cette sous-section, nous montrons qu'en combinant l'hypothèse des sources disjointes et l'hypothèse de rang faible, une telle classification peut se faire à l'aide d'une NMF jointe qui se concentre uniquement sur l'information d'amplitude de l'observation.

#### Combinaison des deux hypothèses

Nous considérons l'hypothèse des sources disjointes dans le domaine temps-fréquence : dans chaque case de temps-fréquence, une seule source est activée. Avec la formulation (8.1), cette hypothèse s'écrit :

$$\tilde{x}_m(f, \tau) \approx \tilde{a}_{mn^*}(f) \tilde{s}_{n^*}(f, \tau), \quad (8.2)$$

où  $n^*$  est l'indice de la source dominante qui dépend de l'indice temps-fréquence  $(f, \tau)$ . Nous notons  $\Theta_{n^*}$ , l'ensemble des indices  $(f, \tau)$  où la  $n^*$ -ième source est dominante.

L'hypothèse de rang faible peut être formulée comme suit :

$$|\tilde{s}_n(f, \tau)| = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} w_n^k(f) h_n^k(\tau), \quad w_n^k(f), h_n^k(\tau) \geq 0, \quad (8.3)$$

où  $\mathcal{K}_n$  est l'ensemble des indices des composantes qui appartient à la  $n$ -ième source.  $|\mathcal{K}_n|$  est le nombre d'éléments dans  $\mathcal{K}_n$  qui doit satisfaire  $|\mathcal{K}_n| \ll \min\{L_F, L_T\}$ .

Au lieu de l'amplitude du spectrogramme  $|\tilde{s}_n(f, \tau)|$ , une telle hypothèse de rang faible peut également se faire sur l'amplitude au carré [FBD09] :

$$|\tilde{s}_n(f, \tau)|^2 = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} w_n^k(f) h_n^k(\tau), \quad w_n^k(f), h_n^k(\tau) \geq 0. \quad (8.4)$$

Dans la suite, nous nous concentrons sur l'hypothèse de rang faible des amplitudes (8.3). L'algorithme proposé peut s'adapter directement aux modules au carré, et la section expérimentale 8.3.6 comparera les deux approches.

Pour les capteurs  $i$  et  $\ell$ , nous examinons le produit de leurs coefficients temps-fréquence  $\sqrt{|\tilde{x}_i(f, \tau)| |\tilde{x}_\ell(f, \tau)|}$ . En combinant les deux hypothèses ci-dessus (8.2)

### 8.2.1 - NMF jointe

et (8.3), on a :

$$\begin{aligned}
\sqrt{|\tilde{x}_i(f, \tau)| |\tilde{x}_\ell(f, \tau)|} &= \sqrt{|\tilde{a}_{in^*}(f)| |\tilde{a}_{\ell n^*}(f)|} \cdot |\tilde{s}_{n^*}(f, \tau)|, \\
&= \sum_{k \in \mathcal{K}_{n^*}} \sqrt{|\tilde{a}_{in^*}(f)| |\tilde{a}_{\ell n^*}(f)|} \cdot w_{n^*}^k(f) h_{n^*}^k(\tau), \\
&= \sum_{k \in \mathcal{K}_{n^*}} \tilde{w}_{n^*}^k(f) h_{n^*}^k(\tau), \quad \forall (f, \tau) \in \Theta_{n^*},
\end{aligned} \tag{8.5}$$

où  $\tilde{w}_{n^*}^k(f) = \sqrt{|\tilde{a}_{in^*}(f)| |\tilde{a}_{\ell n^*}(f)|} \cdot w_{n^*}^k(f)$ ,  $\forall (f, \tau) \in \Theta_{n^*}$ .

Nous pouvons voir que pour un indice temps-fréquence  $(f, \tau)$  donné,  $\sqrt{|\tilde{x}_i(f, \tau)| |\tilde{x}_\ell(f, \tau)|}$  a la même structure de factorisation que  $|\tilde{s}_{n^*}(f, \tau)|$  dans (8.3). Cela signifie que le terme  $\sqrt{|\tilde{x}_i(f, \tau)| |\tilde{x}_\ell(f, \tau)|}$  a également la structure de rang faible. Avec les notations matricielles, cette propriété peut être formulée dans la proposition suivante. Dans la suite, pour une matrice  $\mathbf{X}$ , nous notons  $\mathbf{X}_{f\tau}$  l'élément scalaire de la matrice à la position  $(f, \tau)$ .

**Proposition 20.** *Soit une matrice positive  $\tilde{\mathbf{X}}^{i\ell} \in \mathbb{R}_+^{L_F \times L_T}$  telle que  $\tilde{\mathbf{X}}_{f\tau}^{i\ell} = \sqrt{|\tilde{x}_i(f, \tau)| |\tilde{x}_\ell(f, \tau)|}$ . Soit  $K = \sum_{n=1}^N |\mathcal{K}_n|$ . Alors,  $\tilde{\mathbf{X}}^{i\ell}$  a une structure de rang faible et peut être factorisé tel que :*

$$\tilde{\mathbf{X}}^{i\ell} = \tilde{\mathbf{W}}^{i\ell} \tilde{\mathbf{H}},$$

avec

$$\tilde{\mathbf{W}} \in \mathbb{R}_+^{L_F \times K}, \quad \tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{i\ell} = \sqrt{|\tilde{a}_{in^*}(f)| |\tilde{a}_{\ell n^*}(f)|} \cdot w_{n^*}^k(f),$$

et

$$\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{R}_+^{K \times L_T}, \quad \tilde{\mathbf{H}}_{k\tau} = h_{n^*}^k(\tau).$$

Dans les deux formulations ci-dessus,  $(f, \tau) \in \Theta_{n^*}$  et  $k \in \mathcal{K}_{n^*}$ .

On peut remarquer que pour tout  $(i, \ell)$ , les factorisations de  $\tilde{\mathbf{X}}^{i\ell}$  partagent la même matrice d'activation  $\tilde{\mathbf{H}}$ , à une permutation près en raison de l'ambiguïté de permutation. De plus, cette proposition montre que chaque colonne de  $\tilde{\mathbf{W}}^{i\ell}$  contient un motif fréquentiel qui vient d'une seule source, disons  $n^*$ , et est une version pondérée du motif correspondant  $w_{n^*}^k(f)$ .

#### Le cas stéréo

Considérons un cas particulier où nous n'avons que deux capteurs ( $M = 2$ ), qui correspond au scénario des mélanges stéréo pour les applications audio. De la proposition 20, nous avons pour le premier capteur :

$$\tilde{\mathbf{X}}^{11} = \tilde{\mathbf{W}}^{11} \tilde{\mathbf{H}}, \tag{8.6}$$

pour le deuxième capteur :

$$\tilde{\mathbf{X}}^{22} = \tilde{\mathbf{W}}^{22} \tilde{\mathbf{H}}, \tag{8.7}$$

et le terme croisé

$$\tilde{\mathbf{X}}^{12} = \tilde{\mathbf{X}}^{21} = \tilde{\mathbf{W}}^{12} \tilde{\mathbf{H}}, \tag{8.8}$$

avec, pour  $(f, \tau) \in \Theta_{n^*}$  et  $k \in \mathcal{K}_{n^*}$  :

$$\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{11} = |\tilde{a}_{1n^*}(f)| w_{n^*}^k(f), \quad (8.9)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{22} = |\tilde{a}_{2n^*}(f)| w_{n^*}^k(f), \quad (8.10)$$

et

$$\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{12} = \sqrt{|\tilde{a}_{1n^*}(f)| |\tilde{a}_{2n^*}(f)|} \cdot w_{n^*}^k(f). \quad (8.11)$$

Pour tout  $k$ , le rapport entre  $\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{11}$  et  $\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{12}$  dépend uniquement du système de mélange :

$$\mathbf{R}_{fk}^1 = \frac{\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{11}}{\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{12}} = \sqrt{\frac{|\tilde{a}_{1n^*}(f)|}{|\tilde{a}_{2n^*}(f)|}}, \quad \forall (f, \tau) \in \Theta_{n^*}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_{n^*}, \quad (8.12)$$

où  $\mathbf{R}^1$  est une matrice de la même taille que  $\tilde{\mathbf{W}}^{11}$  et  $\tilde{\mathbf{W}}^{12}$ . Le rapport entre  $\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{12}$  et  $\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{22}$  a le même résultat :

$$\mathbf{R}_{fk}^2 = \frac{\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{12}}{\tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{22}} = \sqrt{\frac{|\tilde{a}_{1n^*}(f)|}{|\tilde{a}_{2n^*}(f)|}}, \quad \forall (f, \tau) \in \Theta_{n^*}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_{n^*}. \quad (8.13)$$

De (8.12) et (8.13), on peut voir que les colonnes de  $\mathbf{R}^1$  (ou  $\mathbf{R}^2$ ) dépendent uniquement de la source. Cela signifie que  $\mathbf{R}^1$  (ou  $\mathbf{R}^2$ ) peut caractériser la propriété spatiale des sources : si la  $k$ -ième et la  $\ell$ -ième colonne de  $\mathbf{R}^1$  (ou  $\mathbf{R}^2$ ) sont indexées par la même indice  $n^*$ , alors ces deux colonnes sont identiques.

### NMF jointe par optimisation

Pour obtenir  $\tilde{\mathbf{W}}^{11}$ ,  $\tilde{\mathbf{W}}^{22}$ ,  $\tilde{\mathbf{W}}^{12}$  et  $\tilde{\mathbf{H}}$ , nous proposons la formulation suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}^{11}, \tilde{\mathbf{W}}^{22}, \tilde{\mathbf{W}}^{12}, \tilde{\mathbf{H}} = & \underset{\mathbf{W}^{11}, \mathbf{W}^{22}, \mathbf{W}^{12}, \mathbf{H}}{\operatorname{argmin}} D(\tilde{\mathbf{X}}^{11}, \mathbf{W}^{11} \mathbf{H}) \\ & + D(\tilde{\mathbf{X}}^{22}, \mathbf{W}^{22} \mathbf{H}) + D(\tilde{\mathbf{X}}^{12}, \mathbf{W}^{12} \mathbf{H}), \end{aligned} \quad (8.14)$$

où  $D(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  est la divergence entre deux matrices non-négatives :

$$D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sum_{f=1}^{L_F} \sum_{\tau=1}^{L_T} d(\mathbf{X}_{f\tau}, \mathbf{Y}_{f\tau}), \quad (8.15)$$

où  $d(x, y)$  est la divergence scalaire entre deux valeurs non-négatives. Deux choix habituellement utilisés pour l'application audio sont la divergence KL (2.49) et la divergence IS (2.50).

### Règles de mises à jour multiplicatives

Le problème de minimisation (8.14) peut être résolu en utilisant les règles de mise à jour multiplicatives. Sur la base des règles de mise à jour multiplicatives pour la divergence KL dans (2.53) et (2.54) et la divergence IS dans (2.55) et (2.56), nous donnons les règles de mise à jour développées comme suit. Pour la divergence IS :

$$\mathbf{W}^{11} \leftarrow \mathbf{W}^{11} \odot \sqrt{\frac{(\tilde{\mathbf{X}}^{11}/\hat{\mathbf{X}}^{11^2})\mathbf{H}^T}{\hat{\mathbf{X}}^{11^{-1}}\mathbf{H}^T}}, \quad (8.16)$$

$$\mathbf{W}^{22} \leftarrow \mathbf{W}^{22} \odot \sqrt{\frac{(\tilde{\mathbf{X}}^{22}/\hat{\mathbf{X}}^{22^2})\mathbf{H}^T}{\hat{\mathbf{X}}^{22^{-1}}\mathbf{H}^T}}, \quad (8.17)$$

$$\mathbf{W}^{12} \leftarrow \mathbf{W}^{12} \odot \sqrt{\frac{(\tilde{\mathbf{X}}^{12}/\hat{\mathbf{X}}^{12^2})\mathbf{H}^T}{\hat{\mathbf{X}}^{12^{-1}}\mathbf{H}^T}}, \quad (8.18)$$

$$\mathbf{H} \leftarrow \mathbf{H} \odot \sqrt{\frac{\mathbf{W}^{11^T}(\tilde{\mathbf{X}}^{11}/\hat{\mathbf{X}}^{11^2}) + \mathbf{W}^{22^T}(\tilde{\mathbf{X}}^{22}/\hat{\mathbf{X}}^{22^2}) + \mathbf{W}^{12^T}(\tilde{\mathbf{X}}^{12}/\hat{\mathbf{X}}^{12^2})}{\mathbf{W}^{11^T}\hat{\mathbf{X}}^{11^{-1}} + \mathbf{W}^{22^T}\hat{\mathbf{X}}^{22^{-1}} + \mathbf{W}^{12^T}\hat{\mathbf{X}}^{12^{-1}}}}, \quad (8.19)$$

et pour la divergence KL :

$$\mathbf{W}_{fk}^{11} \leftarrow \mathbf{W}_{fk}^{11} \frac{\sum_{\tau} \frac{\mathbf{H}_{k\tau} \tilde{\mathbf{X}}_{f\tau}^{11}}{\hat{\mathbf{X}}_{f\tau}^{11}}}{\sum_{\tau} \mathbf{H}_{k\tau}}, \quad (8.20)$$

$$\mathbf{W}_{fk}^{22} \leftarrow \mathbf{W}_{fk}^{22} \frac{\sum_{\tau} \frac{\mathbf{H}_{k\tau} \tilde{\mathbf{X}}_{f\tau}^{22}}{\hat{\mathbf{X}}_{f\tau}^{22}}}{\sum_{\tau} \mathbf{H}_{k\tau}}, \quad (8.21)$$

$$\mathbf{W}_{fk}^{12} \leftarrow \mathbf{W}_{fk}^{12} \frac{\sum_{\tau} \frac{\mathbf{H}_{k\tau} \tilde{\mathbf{X}}_{f\tau}^{12}}{\hat{\mathbf{X}}_{f\tau}^{12}}}{\sum_{\tau} \mathbf{H}_{k\tau}}, \quad (8.22)$$

$$\mathbf{H}_{k\tau} \leftarrow \mathbf{H}_{k\tau} \frac{\sum_f \frac{\mathbf{W}_{fk}^{11} \tilde{\mathbf{X}}_{f\tau}^{11}}{\hat{\mathbf{X}}_{f\tau}^{11}} + \sum_f \frac{\mathbf{W}_{fk}^{22} \tilde{\mathbf{X}}_{f\tau}^{22}}{\hat{\mathbf{X}}_{f\tau}^{22}} + \sum_f \frac{\mathbf{W}_{fk}^{12} \tilde{\mathbf{X}}_{f\tau}^{12}}{\hat{\mathbf{X}}_{f\tau}^{12}}}{\sum_f \mathbf{W}_{fk}^{11} + \sum_f \mathbf{W}_{fk}^{22} + \sum_f \mathbf{W}_{fk}^{12}}}. \quad (8.23)$$

### 8.2.2 Méthode de classification

Nous avons vu précédemment que le ratio  $\mathbf{R}^1$  (ou  $\mathbf{R}^2$ ) peut être utilisé pour la classification. Cependant, l'hypothèse de sources disjointes n'est pas toujours valable surtout lorsque le noyau de convolution est long (forte réverbération). Par conséquent, avant de faire la classification, nous éliminons les valeurs aberrantes dues à l'erreur de modèle de la manière suivante :

$$\mathbf{R}_{fk} = \begin{cases} \frac{\mathbf{R}_{fk}^1 + \mathbf{R}_{fk}^2}{2} & \text{si } \left| \tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{11} \tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{22} - \left( \tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{12} \right)^2 \right| < \varepsilon, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (8.24)$$

où  $\varepsilon$  est la limite d'erreur prédéfinie.

Après cette étape, pour effectuer la classification pour chaque colonne de  $\mathbf{R}$ , nous utilisons le clustering spectral [NJW<sup>+</sup>02] comme suit :

1. Définir d'abord la matrice de distance  $\mathbf{P} \in \mathbb{R}_+^{K \times K}$ , telle que :

$$\mathbf{P}_{i,j} = \mathcal{C}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j), \quad (8.25)$$

où  $\mathcal{C}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est la corrélation parcimonieuse entre deux vecteurs qui calcule le coefficient de corrélation sur le support commun des deux vecteurs.  $\mathbf{r}_i$  et  $\mathbf{r}_j$  sont respectivement la  $i$ -ième et la  $j$ -ième colonne de  $\mathbf{R}$ .

2. Définir  $\mathbf{D}$  comme la matrice diagonale dont le  $(i, i)$ -ème élément est la somme de la  $i$ -ème ligne de la matrix  $\mathbf{P}$  et construire la matrice  $\mathbf{L} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{P} \mathbf{D}^{-1/2}$ .
3. Trouver  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  les  $N$  vecteurs propres qui correspondent aux plus grandes valeurs propres de  $\mathbf{L}$  et former la matrice  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{K \times N}$  :

$$\mathbf{\Lambda} = [\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_N]. \quad (8.26)$$

4. Normaliser chaque ligne de  $\mathbf{\Lambda}$  par :

$$\mathbf{\Lambda}_{ij} = \frac{\mathbf{\Lambda}_{ij}}{(\sum_j \mathbf{\Lambda}_{ij}^2)^{1/2}}. \quad (8.27)$$

5. Traiter chaque ligne de  $\mathbf{\Lambda}$  en tant que point dans  $\mathbb{R}^N$ , en les regroupant en  $N$  groupes via l'algorithme de K-moyenne.
6. Attribuer l' $i$ -ième colonne de  $\mathbf{R}$  à la classe  $n$  si et seulement si la ligne  $i$  de la matrice  $\mathbf{\Lambda}$  a été assignée à la classe  $n$ .

### 8.2.3 Reconstruction des sources

Nous notons  $\mathbf{V}_{1,n}^{\text{img}}, \mathbf{V}_{2,n}^{\text{img}} \in \mathbb{R}_+^{L_F \times L_T}$  respectivement les amplitudes des coefficients de Gabor des images de la  $n$ -ième source pour le premier et le deuxième capteur. Après la classification, ces deux matrices peuvent être construites comme suit :

$$\left[ \mathbf{V}_{1,n}^{\text{img}} \right]_{f\tau} = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} \tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{11} \tilde{\mathbf{H}}_{k\tau}. \quad (8.28)$$

et

$$\left[ \mathbf{V}_{2,n}^{\text{img}} \right]_{f\tau} = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} \tilde{\mathbf{W}}_{fk}^{22} \tilde{\mathbf{H}}_{k\tau}. \quad (8.29)$$

Les sources séparées sont ensuite estimées à partir de l'amplitude de leurs coefficients de Gabor en utilisant le filtre de Wiener [F10].

$$\hat{s}_{m,n}^{\text{img}}(f, \tau) = \frac{\left[ \mathbf{V}_{m,n}^{\text{img}} \right]_{f\tau}}{\sum_n \left[ \mathbf{V}_{m,n}^{\text{img}} \right]_{f\tau}} \tilde{x}_m(f, \tau), \quad m = 1, 2. \quad (8.30)$$

## 8.2.4 Initialisation

Un inconvénient de la NMF existante pour la séparation multicanale est que l’algorithme est sensible à l’initialisation. Dans ce chapitre, nous proposons deux approches d’initialisation pour les algorithmes proposés :

1. **Initialisation aléatoire** : nous initialisons les algorithmes avec des matrices aléatoires qui suivent une répartition uniforme entre 0 et 1.
2. **Initialisation déterministe** : nous initialisons les algorithmes avec la méthode complexe-SVD [BMR15] : à partir de la matrice des coefficients de Gabor de valeur complexe de l’observation  $\tilde{\mathbf{X}}_c$ , nous effectuons d’abord la décomposition SVD comme suit :

$$\tilde{\mathbf{X}}_c = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H. \quad (8.31)$$

Ensuite, les algorithmes sont initialisés par

$$\mathbf{W} = [|\mathbf{u}_1| |\mathbf{u}_2| \dots |\mathbf{u}_K|], \quad (8.32)$$

et

$$\mathbf{H} = [|\mathbf{v}_1| |\mathbf{v}_2| \dots |\mathbf{v}_K|]^T, \quad (8.33)$$

où  $\mathbf{u}_i$  et  $\mathbf{v}_j$  sont respectivement la  $i$ -ième et la  $j$ -ième colonne de  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$ .

La méthode STRAUSS est résumée dans l’algorithme suivant :

1. Calculer les matrices d’amplitude  $\tilde{\mathbf{X}}^{11}$ ,  $\tilde{\mathbf{X}}^{22}$  et  $\tilde{\mathbf{X}}^{12}$  à partir des observations ;
2. Trouver  $\tilde{\mathbf{W}}^{11}$ ,  $\tilde{\mathbf{W}}^{22}$ ,  $\tilde{\mathbf{W}}^{12}$  et  $\tilde{\mathbf{H}}$  en résolvant (8.14) avec l’initialisation aléatoire ou déterministe ;
3. Calculer  $\mathbf{R}$  selon (8.12), (8.13) et (8.24) ;
4. Effectuer la classification en  $N$  groupes pour les colonnes de  $\mathbf{R}$  en utilisant la classification spectrale ;
5. Reconstruire les sources estimées en utilisant le filtrage de Wiener (8.30).

Dans certains cas [FBD09], le module au carré du spectrogramme d’observation est supposée être de structure de rang faible comme formulé dans (8.4). Pour cette hypothèse, dans l’algorithme, nous pouvons simplement remplacer les matrices d’amplitude  $\tilde{\mathbf{X}}^{11}$ ,  $\tilde{\mathbf{X}}^{22}$  et  $\tilde{\mathbf{X}}^{12}$  par les matrices de modules au carré.

## 8.2.5 Discussions

### Relation avec NMF multicanale

Il semble que l’approche proposée soit liée à la NMF multicanale. Les formulations (8.9), (8.10) et (8.11) semblent cohérentes avec (5.54) si l’on suppose que les sources sont spatialement décorrélées. Cependant l’hypothèse de parcimonie dans l’approche proposée nous permet de diviser l’étape de NMF jointe et l’étape de regroupement qui facilite l’initialisation de l’algorithme (voir la section 8.3.2 pour les expériences). De plus, le calcul basé seulement sur l’amplitude des spectrogrammes accélère énormément notre approche par rapport aux méthodes NMF multicanale traditionnelles (voir dans la section 8.3.7 pour une comparaison en temps de calculs).

## Interprétation statistique

La divergence IS pour NMF dans l'application audio est particulièrement intéressante car une telle formulation correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance lorsque les sources sont supposées suivre une somme de répartition gaussienne circulante de valeur complexe [Fév11]. Considérons maintenant la formulation de NMF conjointe suivante avec divergence IS :

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{W}^{11}, \mathbf{W}^{22}, \mathbf{H}} D(\tilde{\mathbf{X}}^{11}, \mathbf{W}^{11} \mathbf{H}) + D(\tilde{\mathbf{X}}^{22}, \mathbf{W}^{22} \mathbf{H}). \quad (8.34)$$

La formulation ci-dessus est égale à l'estimateur de maximum de vraisemblance avec le modèle statistique suivant pour les coefficients de Gabor des sources :

$$s_n(\tau, f) \sim \mathcal{N}_c \left( 0, \sum_{k \in \mathcal{K}_n} w_n(f, k) h_n(k, \tau) \right), \quad (8.35)$$

sous l'hypothèse que les deux observations  $\tilde{x}_1(f, \tau)$  et  $\tilde{x}_2(f, \tau)$  sont indépendantes. Une telle hypothèse d'indépendance n'est pas valable avec le modèle d'approximation multiplicative en bande étroite. Cependant, le terme supplémentaire  $D(\tilde{\mathbf{X}}^{12}, \mathbf{W}^{12} \mathbf{H})$  dans (8.14) joue un rôle de compensation de cette hypothèse d'indépendance.

## 8.3 Expériences

### 8.3.1 Configuration expérimentale

Nous avons évalué les algorithmes proposés pour des mélanges de musique stéréo ( $M = 2$ ) contenant trois instruments ( $N = 3$ ). Les mélanges ont été échantillonnés à 14.7 kHz et tronqués à 8 s pour éviter un grand coût de calcul. Les réponses impulsionnelles de la salle ont été simulées via la boîte à outils [LJ08]. La distance entre les deux microphones est de 4 cm, 26 cm, 50 cm et 1 m. Le temps de réverbération ( $\text{RT}_{60}$ ) a été défini à 50 ms, 130 ms, 250 ms et 400 ms. Pour chaque situation, nous avons créé 10 mélanges en utilisant des sources provenant de la base de données [Vin08] et des enregistrements musicaux produits professionnellement dans [ANV<sup>+</sup>12]. Nous n'avons testé aucun signal de parole, en raison des riches variations dans les signaux de parole qui nécessitent potentiellement des bases convolutives [Sma07].

Nous avons choisi une transformée de Gabor avec une fenêtre de Hann de longueur 1024 échantillons (69.7 ms) avec 50% de recouvrement, en utilisant l'implémentation LTFAT [STB12].

La performance de séparation a été évaluée à l'aide du rapport signal sur distorsion (SDR), du rapport signal sur interférence (SIR), du rapport entre l'image de source et la distorsion spatiale (ISR) et du rapport signal à artefacts (SAR) [VGF06]. Le résultat moyen sur les 10 mélanges est donné.

Pour les algorithmes proposés, le rang de la décomposition NMF des observations a été fixé à  $K = 12$ , en utilisant 500 itérations pour les mises à jour

### 8.3.2 - Résultats de séparation pour un cas particulier

multiplicatives. Le paramètre dans (8.24) a été fixé à  $\epsilon = 10^{-4}$ . Nous nous référons à l'algorithme avec initialisation aléatoire comme STRAUSS-KL ou STRAUSS-IS selon la divergence utilisée et celui avec la technique d'initialisation par la complexe-SVD comme STRAUSS-IS-SVD ou STRAUSS-KL-SVD.

À des fins de comparaison, nous avons également développé des versions *oracle* pour les algorithmes proposés : après la décomposition avec la NMF initialisée par la technique complexe-SVD, les sources originales ont été utilisées comme référence pour la classification. Plus précisément, la classification est basée sur les corrélation entre les composantes obtenues et les sources d'origine. Ces versions oracles sont conçues pour illustrer la meilleure classification réalisable, et sont notées par STRAUSS-IS-Oracle et STRAUSS-KL-Oracle. Les méthodes Oracle sont initialisées avec la méthode complex-SVD. Nous montrons la performance de séparation de Full-rank [DVG10] et MNMF [SKAU13] comme base de référence. MNMF est initialisé avec les paramètres indiqués dans [SKAU13]. Full-rank est initialisé avec le clustering hiérarchique comme indiqué dans [DVG10].

### 8.3.2 Résultats de séparation pour un cas particulier

Dans un premier temps, nous fixons le temps de réverbération à  $RT_{60} = 250$  ms et la distance entre deux microphones à  $d = 4$  cm. La figure 8.1 montre les résultats de séparation.

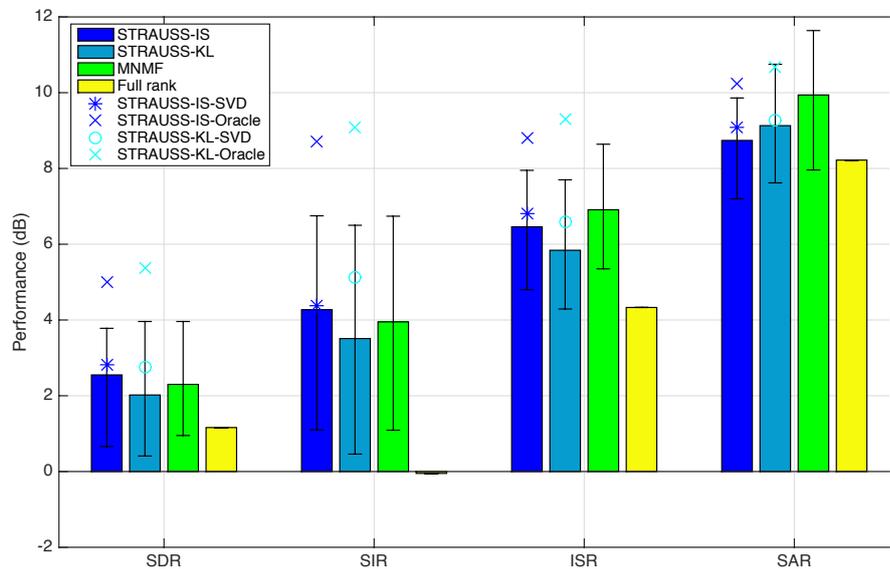


FIGURE 8.1 – Performance de séparation. Pour STRAUSS-IS/KL et MNMF, la barre représente la valeur moyenne et la barre d'erreur représente la valeur maximale et minimale sur les 10 essais.

On peut noter que, pour les algorithmes proposés, les résultats obtenus par la technique d'initialisation complexe-SVD sont meilleurs que la performance moyenne avec des initialisations aléatoires sur 10 essais. Bien que l'amélioration de

STRAUSS-IS-SVD par rapport à STRAUSS-IS n'est pas significative (0.28 dB en SDR, 0.1 dB en SIR, 0.34 dB en SIR et 0.35 dB en SAR), cette observation montre que l'approche proposée peut-être initialisé de façon déterministes, ce qui est un grand avantage pour les applications réelles. On peut aussi noter que STRAUSS-IS surpasse les résultats moyens de la méthode MNMF en termes de SDR et SIR. Les résultats des versions oracles montrent que le SDR, SIR, ISR et SAR peuvent être améliorés d'environ 4 dB en utilisant uniquement l'amplitude des sources.

Dans ce qui suit, nous montrons uniquement les résultats de STRAUSS-IS/KL-SVD.

### 8.3.3 Performance en fonction du temps de réverbération

Sur la figure 8.2 nous montrons la performance des approches STRAUSS-IS/KL-SVD en fonction du temps de réverbération ( $RT_{60}$ ) avec une distance de microphone  $d = 4$  cm. Les résultats de Full-rank et MNMF sont également présentés.

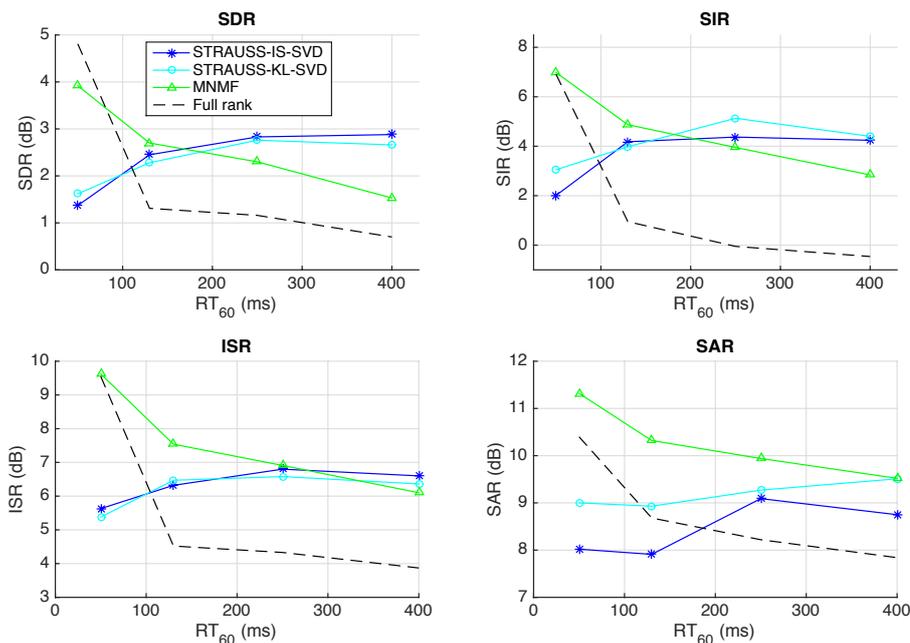


FIGURE 8.2 – Performance des algorithmes en fonction du temps de réverbération.

En terme de SDR, SIR et ISR, les approches de STRAUSS-SVD semblent être robustes au temps de réverbération et surpassent les approches de l'état de l'art dans les situations de forte réverbération ( $RT_{60} \geq 130$  ms) en terme de SDR et SIR. En fait, en terme de SDR, la performance de STRAUSS-SVD augmente à mesure que le temps de réverbération augmente. Ces observations montrent que la méthode STRAUSS-SVD a son avantage surtout dans les situations de forte réverbération.

### 8.3.4 Performance en fonction de la distance entre microphones

La figure 8.3 montre la performance des algorithmes proposés en fonction de la distance des microphones, pour un temps de réverbération  $RT_{60} = 250$  ms.

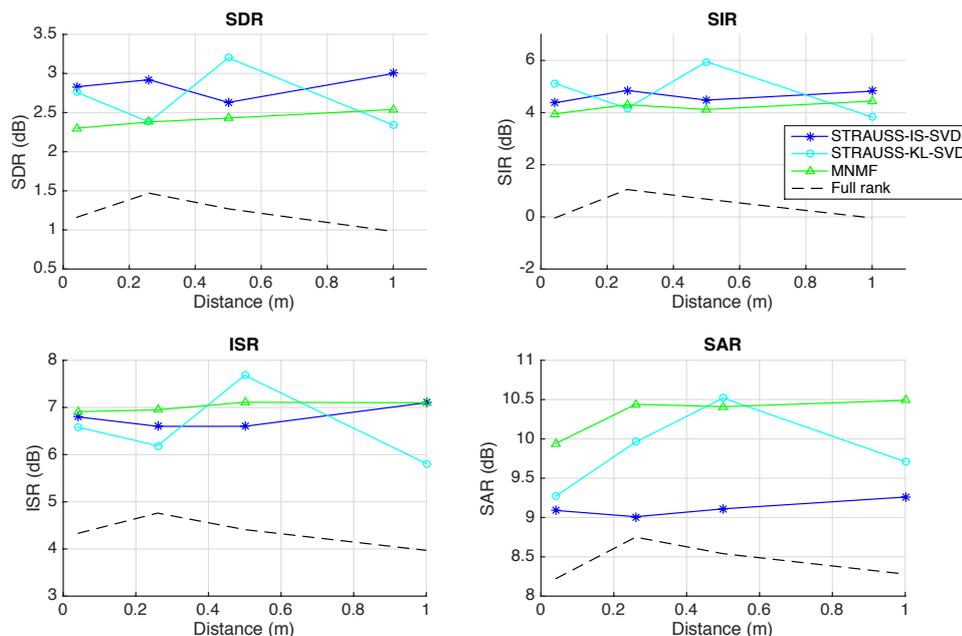


FIGURE 8.3 – Performance des algorithmes en fonction de la distance des microphones.

En terme de SDR et SIR, bien que STRAUSS-IS-SVD diminue légèrement au fur et à mesure que la distance augmente, l’algorithme semble robuste à la distance des microphones et surpasse les méthodes de l’état de l’art. MNMF, Full-rank et STRAUSS-IS-SVD semblent être robustes en terme d’ISR et SAR lorsque la distance des microphones évolue.

### 8.3.5 Mélanges avec du bruit

Dans cette sous-section, nous avons testé la méthode STRAUSS pour les mélanges convolutifs sous-déterminés avec du bruit additif. Pour chaque mélange, nous avons ajouté un bruit blanc gaussien dans le domaine temporel du niveau SNR différent. Les algorithmes STRAUSS sont initialisés avec la technique de complexe-SVD. Les versions oracles des algorithmes proposés, MNMF [SKAU13] et Full rank [DVG10] sont également présentées pour la comparaison.

### Performances en fonction du SNR d'entrée

Dans un premier temps, nous avons fixé la distance des microphones à  $d = 4$  cm et le temps de réverbération à  $RT_{60} = 250$  ms. Nous montrons la performance avec différents SNR d'entrées. La figure 8.4 montre les résultats.

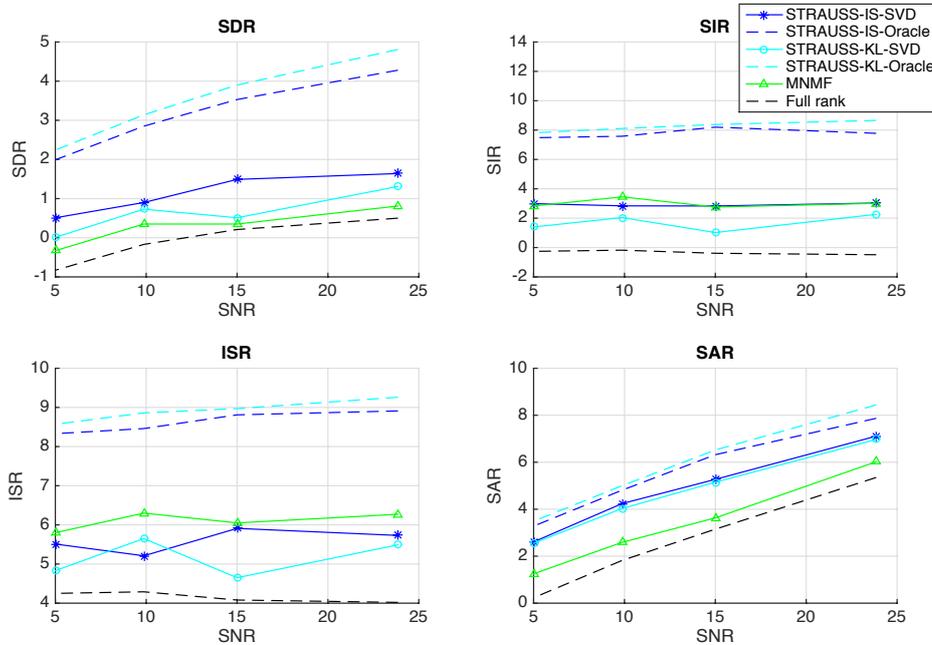


FIGURE 8.4 – Performances des algorithmes en fonction du SNR d'entrées (Distance des microphones :  $d = 4$  cm. Temps de réverbération  $RT_{60} = 250$  ms).

Nous pouvons voir que en terme de SDR et de SAR, la performance des algorithmes proposés (STRAUSS-IS/KL-SVD) diminue à mesure que le bruit d'entrée augmente. Cependant, STRAUSS semble être robuste en ce qui concerne le SIR et l'ISR. Il est également intéressant de constater que STRAUSS-KL-Oracle fonctionne mieux que STRAUSS-IS-Oracle, alors que STRAUSS-IS dépasse STRAUSS-KL dans la plupart des cas. Par rapport aux méthodes existantes, STRAUSS se comporte mieux en termes de SDR et de SAR pour la plupart des SNR d'entrée.

### Performances en fonction du temps de réverbération

Nous fixons le SNR en entrée et la distance des microphones et nous modifions le temps de réverbération. La figure 8.5 montre les résultats avec une distance entre les microphones  $d = 4$  cm et un SNR d'entrée 15 dB.

Il est clair que les deux algorithmes proposés sont relativement robustes au temps de réverbération. L'écart entre les algorithmes proposés et leurs versions oracle reste presque inchangé à mesure que le temps de réverbération évolue. L'approche STRAUSS marche mieux que les méthodes existantes en terme de SDR et de SAR et reste au même niveau en matière de SIR. MNMF fonctionne mieux que STRAUSS en termes d'ISR.

### 8.3.6 - Module vs module au carré

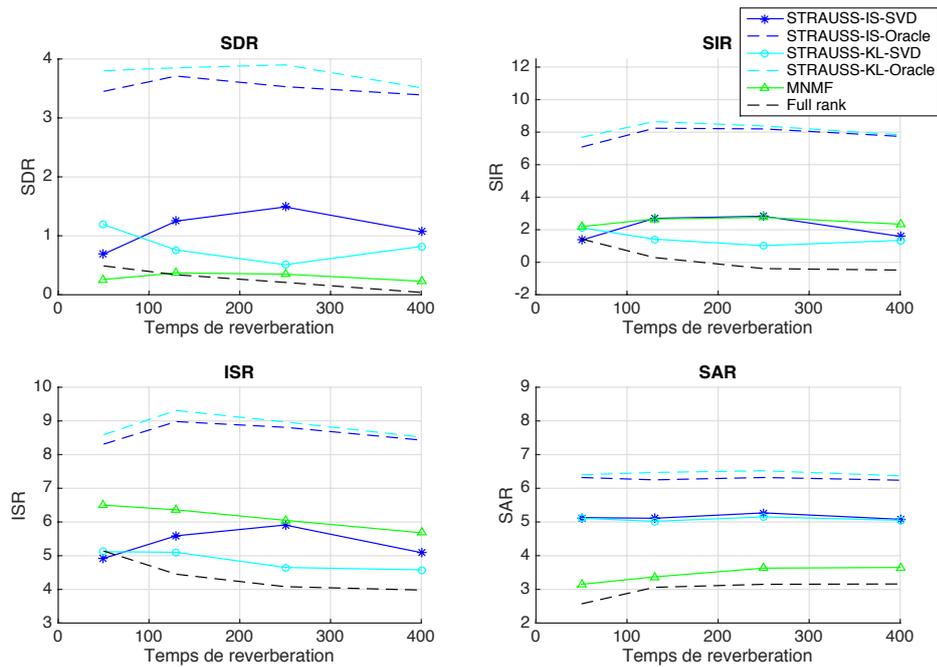


FIGURE 8.5 – Performances des algorithmes en fonction du temps de réverbération (Distance des microphones  $d = 4$  cm, SNR d’entrée 15 dB)

### 8.3.6 Module vs module au carré

Dans cette sous-section, nous avons testé les algorithmes basés sur l’amplitude au carré des spectrogrammes d’observation. Dans ce qui suit, nous nous référons à ces algorithmes comme STRAUSS-IS-2 et STRAUSS-KL-2. Ces deux algorithmes sont initialisés par la technique complex-SVD. Les résultats des algorithmes qui sont basés sur l’amplitude sont également présentés à des fins de comparaison.

#### Performances en fonction du temps de réverbération, sans bruit

Nous considérons les mélanges sans bruit. La figure 8.6 présente les résultats de séparation en fonction du temps de réverbération. La distance des microphones  $d = 4$  cm.

Nous voyons clairement que les algorithmes STRAUSS-SVD surpassent le STRAUSS-2 pour les quatre indicateurs, à l’exception de la divergence IS lorsque  $RT_{60} = 250$  ms, en termes de SIR. Cette observation montre que les méthodes basées sur l’amplitude du spectrogramme d’observation sont mieux adaptées à la séparation dans le cas sans bruit. On peut également voir que STRAUSS-IS-2 se comporte mieux que STRAUSS-KL-2 en termes de SDR et de SIR.

#### Performances en fonction du SNR en entrée

Nous testons les algorithmes pour les mélanges sous-déterminés avec du bruit additif. Le bruit blanc gaussien avec des variances différentes est ajouté aux mé-

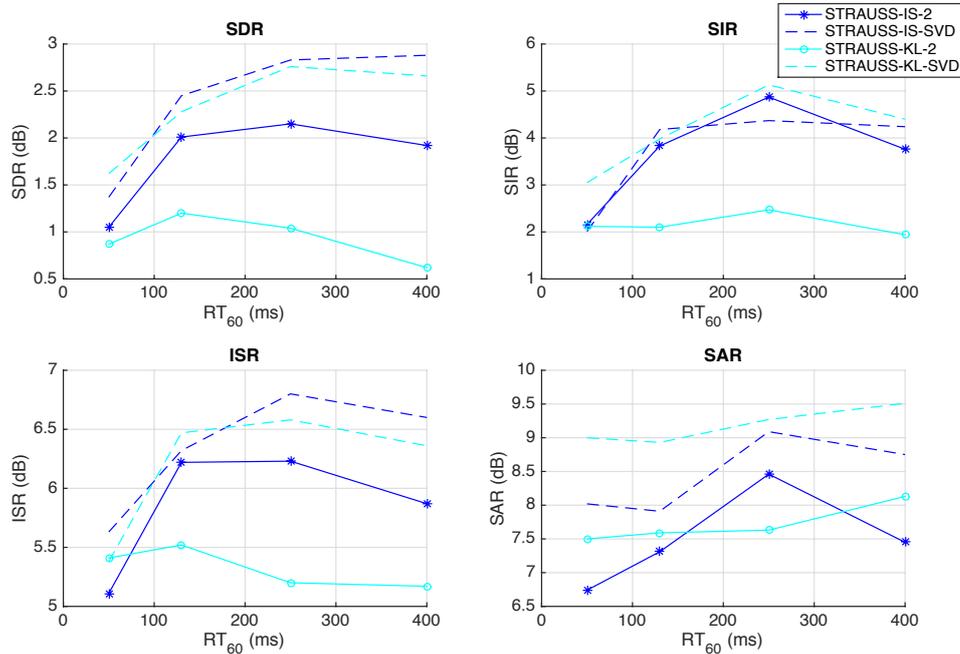


FIGURE 8.6 – Performances des algorithmes en fonction du temps de réverbération sans bruit. (Distance entre les microphones  $d = 4$  cm)

langes qui conduisent aux différents SNR d'entrée. La distance entre les microphones  $d = 4$  cm et le temps de réverbération  $RT = 250$  ms. La figure 8.7 montre les résultats.

Nous voyons que STRAUSS-SVD fonctionne mieux que STRAUSS-2 en terme des quatre indications. Les deux dernières remarques montrent que l'approche STRAUSS basé sur l'amplitude des spectrogrammes marche mieux que celui qui est basé sur le module au carré pour des sources de musique avec ou sans bruit.

### 8.3.7 Temps de calcul

Le temps de calcul des algorithmes STRAUSS, MNMF et de la méthode de Full-rank, dans le cas  $RT_{60} = 250$  ms et  $d = 4$  cm est présenté dans le Tableau 8.1. Les résultats présentés correspondent au processus de séparation avec un seul mélange.

TABLE 8.1 – Temps de calcul pour différents algorithmes

STRAUSS-IS	STRAUSS-KL	MNMF	Full Rank
92.6 s	36.7 s	2381.4 s	3415.4 s

Il est clair que les algorithmes proposés sont beaucoup plus rapides que les approches existantes. L'accélération est due à l'ignorance de l'information de phase des observations dans le domaine temps-fréquence.

### 8.3.7 - Temps de calcul

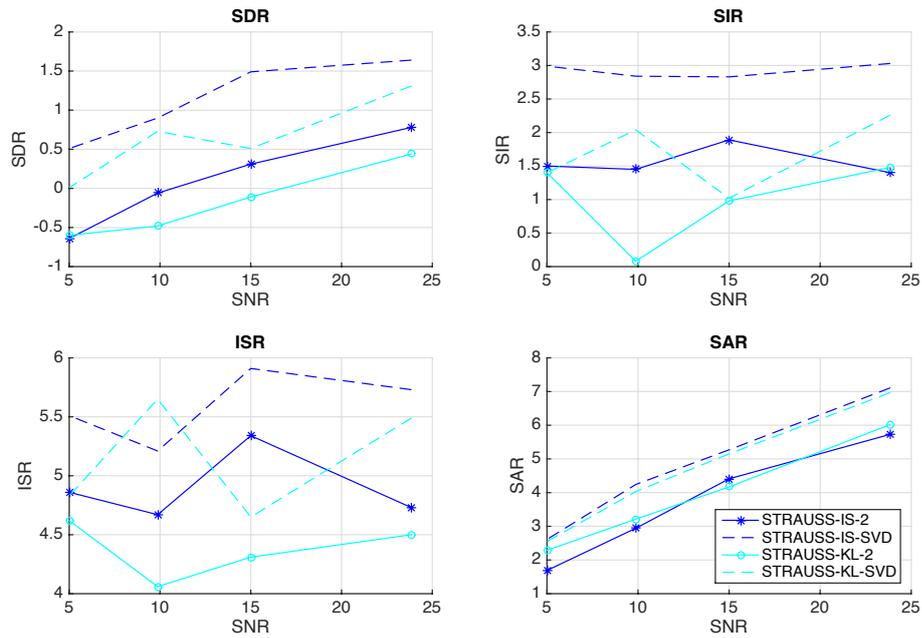


FIGURE 8.7 – Performances (SDR et SIR) des algorithmes en fonction de SNR d'entrée. (Temps de réverbération  $RT_{60} = 250$  ms. Distance des microphones  $d = 4$  cm.)

## 8.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un nouvel algorithme de type NMF pour les mélanges convolutifs multicanaux basé uniquement sur l'information d'amplitude. L'évaluation numérique montre que les algorithmes proposés surpassent deux méthodes existantes tout en étant plus efficaces en terme de temps de calcul, en particulier pour les mélanges avec une forte réverbération.

# 9

## Conclusions

### Sommaire

---

<b>9.1 Contributions</b> . . . . .	<b>148</b>
<b>9.2 Perspectives</b> . . . . .	<b>148</b>
9.2.1 Séparation basée sur la norme nucléaire . . . . .	148
9.2.2 Séparation non aveugle par "dépliage" de seuillage itératif	149
9.2.3 Alignement de permutation avec l'approximation "convolutive" en bande étroite . . . . .	149
9.2.4 Parcimonie, NMF et information de phase . . . . .	149
<b>9.3 Publications</b> . . . . .	<b>149</b>

---

Ce chapitre vise à conclure cette thèse. Nous résumons nos contributions dans un premier temps, puis nous suggérons quelques directions de recherche. Les publications liées à ces travaux sont répertoriées à la fin.

## 9.1 Contributions

---

La première contribution de cette thèse est l'étude de plusieurs méthodes d'ICA. Avec la parcimonie à la synthèse, nous avons trouvé une formulation qui permet de combiner les deux approches ICA et SCA. Nous avons obtenus des résultats prometteurs dans le cas général pour les mélanges instantanés : déterminés, sous-déterminés, avec et sans bruit additif.

Ensuite, grâce à la parcimonie à la synthèse, nous avons pu intégrer les décompositions morphologiques et la parcimonie structurée. Dans cette partie du travail, nous nous sommes concentrés sur la séparation non-aveugle pour les mélanges convolutifs. Cependant, il est important de mentionner que cette combinaison peut être utilisée dans d'autres scénarios de problème de séparation.

Inspiré par les algorithmes proposés pour les mélanges instantanés, nous avons pu concevoir des algorithmes pour les mélanges convolutifs dans le scénario sous-déterminé. Ensuite, avec l'étude du noyau de convolution et un modèle plus général récemment proposé, nous avons généralisé les algorithmes.

Enfin, nous avons pu intégrer le modèle NMF au problème de séparation basée sur la parcimonie. Après l'étude de l'hypothèse de parcimonie et du modèle NMF, nous avons pu créer un algorithme qui a des résultats prometteurs pour les mélanges convolutifs dans le scénario sous-déterminé.

## 9.2 Perspectives

---

### 9.2.1 Séparation basée sur la norme nucléaire

Dans le chapitre 4, nous avons étudié certaines méthodes d'ICA et proposé une formulation qui combine ICA et SCA. Outre la parcimonie, l'hypothèse de rang faible avec la norme nucléaire est un autre modèle très utilisé dans le traitement du signal et de l'image [CLMW11]. Par rapport à la NMF, un grand avantage est que la norme nucléaire peut prendre en compte l'information de phase des coefficients temps-fréquence d'un signal afin d'éviter la reconstruction d'un signal uniquement à partir de son spectrogramme. Un tel modèle est déjà utilisé dans [HCSHJ12] pour le problème de séparation monocanale. Par conséquent, il peut être intéressant d'exploiter le lien entre l'ICA et les méthodes de séparation basées sur la norme nucléaire.

### 9.2.2 Séparation non aveugle par "dépliage" de seuillage itératif

Dans le chapitre 6, nous avons intégré l'opérateur de seuillage structuré dans le cadre de la séparation de sources pour les mélanges convolutifs. L'opérateur de seuillage structuré a pour but d'exploiter la structure des signaux dans le domaine temps-fréquence. Récemment, les auteurs de [GL10] ont proposé de "déplier" l'algorithme ISTA en tant que réseau supervisé pour apprendre l'opérateur de seuillage optimal pour un certain type d'application. L'idée est de trouver l'opérateur de seuillage le plus approprié pour une certaine classe de signaux. Une idée similaire a été utilisée pour le problème de séparation de sources dans [LRHW15].

### 9.2.3 Alignement de permutation avec l'approximation "convolutive" en bande étroite

Dans le chapitre 7, nous avons proposé un algorithme basé sur le modèle d'approximation "convolutive" en bande étroite. Nous avons utilisé la méthode d'alignement de permutation existante en fonction de la corrélation entre fréquences. Comme un modèle de permutation très utilisé, TDOA [SAMM07] est bien développé et obtient de bon résultats. Cependant, le modèle TDOA est actuellement adapté uniquement au modèle d'approximation "instantanée" en bande étroite. Il semble intéressant de généraliser le modèle TDOA avec l'approximation "convolutive" en bande étroite.

### 9.2.4 Parcimonie, NMF et information de phase

Dans le chapitre 8, nous avons combiné l'hypothèse de parcimonie et le modèle NMF pour la séparation des mélanges convolutifs. La méthode proposée est uniquement basée sur l'amplitude du spectrogramme. Une telle ignorance de l'information de phase nous permet d'accélérer l'algorithme proposé par rapport aux algorithmes existants, mais limite la performance car l'information de phase semble pertinente pour la séparation. La NMF avec phase a été étudiée récemment dans [KK16] et il semble pertinent d'intégrer l'information de phase dans le cadre de séparation proposée.

## 9.3 Publications

---

### Articles de revues

Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. *Revisiting sparse ICA from a synthesis point of view : blind source separation for over and underdetermined mixtures*. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, submitted. [FK17a]

### Articles de conférence

Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. *Sparsity and low-rank amplitude based blind source separation*. In IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2017, pages 571-575. [FK17b]

Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. *A unified approach for blind source separation using sparsity and decorrelation*. In 23rd European Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2015, pages 1736-1740. [FK15a]

Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. *Vers une approche unifiée pour la séparation aveugle de sources en sur et sous-déterminé, basée sur la parcimonie et la décorrélation*. In Grets. 2015 [FK15c]

Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. *Hybrid model and structured sparsity for under-determined convolutive audio source separation*. In IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2014, pages 6682-6686. [FK14]

### Autres communications

Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. *Sparsity and low-rank amplitude based blind source separation*. In Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS), 2017. [FK17c]

Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. *A unified approach for over and under-determined blind source separation*. In Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS), 2015. [FK15b]

# Bibliographie

- [AC98] Shun-ichi Amari and Andrzej Cichocki. Adaptive blind signal processing-neural network approaches. *Proceedings of the IEEE*, 86(10) :2026–2048, 1998.
- [AC07a] Yekutiel Avargel and Israel Cohen. On multiplicative transfer function approximation in the short-time fourier transform domain. *IEEE Signal Processing Letters*, 14(5) :337–340, 2007.
- [AC07b] Yekutiel Avargel and Israel Cohen. System identification in the short-time fourier transform domain with crossband filtering. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 15(4) :1305–1319, 2007.
- [AD05] Frédéric Abrard and Yannick Deville. A time–frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources. *Signal Processing*, 85(7) :1389–1403, 2005.
- [AGB10] Simon Arberet, Rémi Gribonval, and Frédéric Bimbot. A robust method to count and locate audio sources in a multichannel underdetermined mixture. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 58(1) :121–133, 2010.
- [AHJ85] Bernard Ans, Jeanny Hérault, and Christian Jutten. Adaptive neural architectures : detection of primitives. *Proc. of COGNITIVA’85*, pages 593–597, 1985.
- [AK00] Jörn Anemüller and Birger Kollmeier. Amplitude modulation decorrelation for convolutive blind source separation. In *Proc. ICA*, pages 215–220, 2000.
- [AMLM97] Karim Abed-Meraim, Philippe Loubaton, and Eric Moulines. A subspace algorithm for certain blind identification problems. *IEEE transactions on information theory*, 43(2) :499–511, 1997.
- [ANV<sup>+</sup>12] Shoko Araki, Francesco Nesta, Emmanuel Vincent, Zbynek Koldovský, Guido Nolte, Andreas Ziehe, and Alexis Benichoux. The 2011 signal separation evaluation campaign (sisec2011) :-audio source separation. In *Latent Variable Analysis and Signal Separation*, pages 414–422. Springer, 2012.
- [AOD<sup>+</sup>10] Simon Arberet, Alexey Ozerov, Ngoc QK Duong, Emmanuel Vincent, Rémi Gribonval, Frédéric Bimbot, and Pierre Vandergheynst. Nonnegative matrix factorization and spatial covariance model for under-determined reverberant audio source separation. In *Information Sciences Signal Processing and their Applications*

## BIBLIOGRAPHIE

---

- (*ISSPA*), 2010 10th International Conference on, pages 1–4. IEEE, 2010.
- [BAMCM97] Adel Belouchrani, Karim Abed-Meraim, Jean-François Cardoso, and Eric Moulines. A blind source separation technique using second-order statistics. *IEEE Transactions on signal processing*, 45(2) :434–444, 1997.
- [Bay11] Ilker Bayram. Mixed norms with overlapping groups as signal priors. In *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2011 IEEE International Conference on*, pages 4036–4039. IEEE, 2011.
- [BDKT13] Peter Balazs, Monika Doerfler, Matthieu Kowalski, and Bruno Torreani. Adapted and adaptive linear time-frequency representations : a synthesis point of view. *IEEE Signal Processing Magazine*, 30(6) :20–31, 2013.
- [BMR15] Julian Becker, Matthias Menzel, and Christian Rohlfing. Complex SVD initialization for NMF source separation on audio spectrograms. In *Fortschritte der Akustik DAGA '15*, Nürnberg, Germany, March 2015.
- [BNCS82] Yeheskel Bar-Ness, James Carlin, and Michael Steinberger. Bootstrapping adaptive interference cancelers-some practical limitations. In *Globecom'82-Global Telecommunications Conference*, volume 1, pages 1251–1255, 1982.
- [BPC<sup>+</sup>11] Stephen Boyd, Neal Parikh, Eric Chu, Borja Peleato, and Jonathan Eckstein. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers. *Foundations and Trends® in Machine Learning*, 3(1) :1–122, 2011.
- [BS95] Anthony J Bell and Terrence J Sejnowski. An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural computation*, 7(6) :1129–1159, 1995.
- [BSFM07] Jérôme Bobin, J-L Starck, Jalal Fadili, and Yassir Moudden. Sparsity and morphological diversity in blind source separation. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 16(11) :2662–2674, 2007.
- [BST13] Jérôme Bolte, Shoham Sabach, and Marc Teboulle. Proximal alternating linearized minimization for nonconvex and nonsmooth problems. *Mathematical Programming*, pages 1–36, 2013.
- [BSVG14] Alexis Benichoux, Laurent SR Simon, Emmanuel Vincent, and Rémi Gribonval. Convex regularizations for the simultaneous recording of room impulse responses. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(8) :1976–1986, 2014.
- [BT09] Amir Beck and Marc Teboulle. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM journal on imaging sciences*, 2(1) :183–202, 2009.
- [BZ01] Pau Bofill and Michael Zibulevsky. Underdetermined blind source separation using sparse representations. *Signal processing*, 81(11) :2353–2362, 2001.

- [CA02] Andrzej Cichocki and Shun-ichi Amari. *Adaptive blind signal and image processing : learning algorithms and applications*, volume 1. John Wiley & Sons, 2002.
- [Car97] Jean-François Cardoso. Infomax and maximum likelihood for blind source separation. *IEEE Signal processing letters*, 4(4) :112–114, 1997.
- [Car99] Jean-François Cardoso. High-order contrasts for independent component analysis. *Neural computation*, 11(1) :157–192, 1999.
- [CAS+07] Andrzej Cichocki, Shun-ichi Amari, Krzysztof Siwek, Toshihisa Tanaka, Anh Huy Phan, Rafal Zdunek, Sergio Cruces, Pando Georgiev, Yoshikazu Washizawa, Zbigniew Leonowicz, et al. Icalab toolboxes. URL : <http://www.bsp.brain.riken.jp/ICALAB>, 2007.
- [CD15] Antonin Chambolle and Charles Dossal. On the convergence of the iterates of "fista". *Journal of Optimization Theory and Applications*, 166(3) :25, 2015.
- [CDS01] Scott Shaobing Chen, David L Donoho, and Michael A Saunders. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM review*, 43(1) :129–159, 2001.
- [CIM11] Emilie Chouzenoux, Jérôme Idier, and Saïd Moussaoui. A majorize–minimize strategy for subspace optimization applied to image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 20(6) :1517–1528, 2011.
- [CJ10] Pierre Comon and Christian Jutten. *Handbook of Blind Source Separation : Independent component analysis and applications*. Academic press, 2010.
- [CLMW11] Emmanuel J Candès, Xiaodong Li, Yi Ma, and John Wright. Robust principal component analysis? *Journal of the ACM (JACM)*, 58(3) :11, 2011.
- [Com90] Pierre Comon. Analyse en composantes indépendantes et identification aveugle. *Traitement du signal*, 7(5) :435–450, 1990.
- [Com94] Pierre Comon. Independent component analysis, a new concept? *Signal processing*, 36(3) :287–314, 1994.
- [CP11] Patrick L Combettes and Jean-Christophe Pesquet. Proximal splitting methods in signal processing. In *Fixed-point algorithms for inverse problems in science and engineering*, pages 185–212. Springer, 2011.
- [CPP+13] Vince D Calhoun, Vamsi K Potluru, Ronald Phlypo, Rogers F Silva, Barak A Pearlmutter, Arvind Caprihan, Sergey M Plis, and Tülay Adalı. Independent component analysis for brain fMRI does indeed select for maximal independence. *PloS one*, 8(8) :e73309, 2013.
- [CPR13] Emilie Chouzenoux, Jean-Christophe Pesquet, and Audrey Repetti. Variable metric forward–backward algorithm for minimizing the sum of a differentiable function and a convex function. *Journal of Optimization Theory and Applications*, pages 1–26, 2013.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [CPR16] Emilie Chouzenoux, Jean-Christophe Pesquet, and Audrey Repetti. A block coordinate variable metric forward-backward algorithm. *Journal of Global Optimization*, 66(3) :457–485, 2016.
- [CW05] Patrick L Combettes and Valérie R Wajs. Signal recovery by proximal forward-backward splitting. *Multiscale Modeling & Simulation*, 4(4) :1168–1200, 2005.
- [CW13] Rick Chartrand and Brendt Wohlberg. A nonconvex ADMM algorithm for group sparsity with sparse groups. In *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2013 IEEE International Conference on*, pages 6009–6013. IEEE, 2013.
- [Dar53] George Darmais. Analyse générale des liaisons stochastiques : etude particulière de l'analyse factorielle linéaire. *Revue de l'Institut international de statistique*, pages 2–8, 1953.
- [DDDM04] Ingrid Daubechies, Michel Defrise, and Christine De Mol. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. *Communications on pure and applied mathematics*, 57(11) :1413–1457, 2004.
- [DF01] David Leigh Donoho and Ana Georgina Flesia. Can recent innovations in harmonic analysis "explain" key findings in natural image statistics? *Network : computation in neural systems*, 12(3) :371–393, 2001.
- [DPO<sup>+</sup>12] Arnaud Delorme, Jason Palmer, Julie Onton, Robert Oostenveld, and Scott Makeig. Independent EEG sources are dipolar. *PloS one*, 7(2) :e30135, 2012.
- [DRT<sup>+</sup>09] I Daubechies, E Roussos, S Takerkart, M Benharrosh, C Golden, K D'ardenne, W Richter, JD Cohen, and J Haxby. Independent component analysis for brain fMRI does not select for independence. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(26) :10415–10422, 2009.
- [DT02] Laurent Daudet and Bruno Torrèsani. Hybrid representations for audiophonic signal encoding. *Signal Processing*, 82(11) :1595–1617, 2002.
- [DVFP14] Charles-Alban Deledalle, Samuel Vaiter, Jalal Fadili, and Gabriel Peyré. Stein unbiased gradient estimator of the risk (SUGAR) for multiple parameter selection. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 7(4) :2448–2487, 2014.
- [DVG10] Ngoc QK Duong, Emmanuel Vincent, and Rémi Gribonval. Under-determined reverberant audio source separation using a full-rank spatial covariance model. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, 18(7) :1830–1840, 2010.
- [EB02] Michael Elad and Alfred M Bruckstein. A generalized uncertainty principle and sparse representation in pairs of bases. *IEEE Transactions on Information Theory*, 48(9) :2558–2567, 2002.
- [Ela10] Michael Elad. *Sparse and Redundant Representations : From Theory to Applications in Signal and Image Processing*. Springer, 2010.

- [EO03] Yonina C Eldar and Alan V Oppenheim. Mmse whitening and subspace whitening. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 49(7) :1846–1851, 2003.
- [ESDQ05] Michael Elad, Jean-Luc Starck, David L. Donoho, and P Querre. Simultaneous cartoon and texture image inpainting using morphological component analysis (MCA). *Journal on Applied and Computational Harmonic Analysis*, 19 :340–358, November 2005.
- [EVHH11] Valentin Emiya, Emmanuel Vincent, Niklas Harlander, and Volker Hohmann. Subjective and objective quality assessment of audio source separation. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 19(7) :2046–2057, 2011.
- [F10] Cédric Févotte. Itakura-Saito nonnegative factorizations of the power spectrogram for music signal decomposition. In Wenwu Wang, editor, *Machine Audition : Principles, Algorithms and Systems*, chapter 11. IGI Global Press, Aug. 2010.
- [FBD09] Cédric Févotte, Nancy Bertin, and Jean-Louis Durrieu. Nonnegative matrix factorization with the Itakura-Saito divergence : With application to music analysis. *Neural computation*, 21(3) :793–830, 2009.
- [Fév11] Cédric Févotte. Majorization-minimization algorithm for smooth Itakura-Saito nonnegative matrix factorization. In *2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 1980–1983. IEEE, 2011.
- [FHT01] Jerome Friedman, Trevor Hastie, and Robert Tibshirani. *The elements of statistical learning*, volume 1. Springer series in statistics Springer, Berlin, 2001.
- [FI11] Cédric Févotte and Jérôme Idier. Algorithms for nonnegative matrix factorization with the  $\eta$ -divergence. *Neural computation*, 23(9) :2421–2456, 2011.
- [FK14] Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. Hybrid model and structured sparsity for under-determined convolutive audio source separation. In *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2014 IEEE International Conference on*, pages 6682–6686. IEEE, 2014.
- [FK15a] Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. A unified approach for blind source separation using sparsity and decorrelation. In *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2015 23rd European*, pages 1736–1740. IEEE, 2015.
- [FK15b] Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. A unified approach for over and under-determined blind source separation. In *Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS)*, 2015.
- [FK15c] Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. Vers une approche unifiée pour la séparation aveugle de sources en sur et sous-déterminé, basée sur la parcimonie et la décorrélation. In *Gretsi 2015*, 2015.
- [FK17a] Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. Revisiting Sparse ICA from a Synthesis Point of View : Blind Source Separation for Over and Underdetermined Mixture. working paper or preprint, June 2017.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [FK17b] Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. Sparsity and low-rank amplitude based blind source separation. In *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2017 IEEE International Conference on*, pages 571–575. IEEE, 2017.
- [FK17c] Fangchen Feng and Matthieu Kowalski. Sparsity and low-rank amplitude based blind source separation. In *Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS)*, 2017.
- [Fuc04] Jean-Jacques Fuchs. On sparse representations in arbitrary redundant bases. *IEEE transactions on Information theory*, 50(6) :1341–1344, 2004.
- [Gab46] Dennis Gabor. Theory of communication. Part 1 : The analysis of information. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III : Radio and Communication Engineering*, 93(26) :429–441, 1946.
- [GEE11] Raja Giryes, Michael Elad, and Yonina C Eldar. The projected GSURE for automatic parameter tuning in iterative shrinkage methods. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 30(3) :407–422, 2011.
- [GL10] Karol Gregor and Yann LeCun. Learning fast approximations of sparse coding. In *Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10)*, pages 399–406, 2010.
- [GN03] Rémi Gribonval and Morten Nielsen. Sparse representations in unions of bases. *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(12) :3320–3325, 2003.
- [GSH<sup>+</sup>13] Alexandre Gramfort, Daniel Strohmeier, Jens Haueisen, Matti S Hämäläinen, and Matthieu Kowalski. Time-frequency mixed-norm estimates : Sparse M/EEG imaging with non-stationary source activations. *NeuroImage*, 70 :410–422, 2013.
- [GVMGO16] Sharon Gannot, Emmanuel Vincent, Shmulik Markovich-Golan, and Alexey Ozerov. A consolidated perspective on multi-microphone speech enhancement and source separation. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, 2016.
- [GWZ<sup>+</sup>16] Ruiyang Ge, Yubao Wang, Jipeng Zhang, Li Yao, Hang Zhang, and Zhiying Long. Improved FastICA algorithm in fMRI data analysis using the sparsity property of the sources. *Journal of neuroscience methods*, 263 :103–114, 2016.
- [HCSHJ12] Po-Sen Huang, Scott Deeann Chen, Paris Smaragdis, and Mark Hasegawa-Johnson. Singing-voice separation from monaural recordings using robust principal component analysis. In *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2012 IEEE International Conference on*, pages 57–60. IEEE, 2012.
- [Hér] J Hérault. B. ans,“reseaux de neurones i synapses modifiables : Decodage de messages sensoriels composites par une apprentissage non supervise et permanent,”. *CR Acad. Sci. Paris, vol. sCrie*, 111 :277–282.

- [HHO97] Jarmo Hurri, Aapo Hyvärinen, and Erkki Oja. Wavelets and natural image statistics. In *In Proc. Scandinavian Conf. on Image Analysis' 97*, 1997.
- [HJA85] Jeanny Hérault, Christian Jutten, and Bernard Ans. Détection de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage non supervisé. In *10° Colloque sur le traitement du signal et des images, FRA, 1985*. GRETSI, Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images, 1985.
- [HJD86] Jeanny Herault, Christian Jutten, and John S Denker. Space or time adaptive signal processing by neural network models. In *AIP conference proceedings*, volume 151, pages 206–211. AIP, 1986.
- [HKO04] Aapo Hyvärinen, Juha Karhunen, and Erkki Oja. *Independent component analysis*, volume 46. John Wiley & Sons, 2004.
- [HL04] David R Hunter and Kenneth Lange. A tutorial on MM algorithms. *The American Statistician*, 58(1) :30–37, 2004.
- [HO97] Aapo Hyvärinen and Erkki Oja. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis. *Neural computation*, 9(7) :1483–1492, 1997.
- [HYZ08] Elaine T Hale, Wotao Yin, and Yin Zhang. Fixed-point continuation for  $\ell_1$ -minimization : Methodology and convergence. *SIAM Journal on Optimization*, 19(3) :1107–1130, 2008.
- [IM99] Shiro Ikeda and Noboru Murata. A method of ICA in time-frequency domain. In *in Proc. ICA*. Citeseer, 1999.
- [JF07] Matthew W Jacobson and Jeffrey A Fessler. An expanded theoretical treatment of iteration-dependent majorize-minimize algorithms. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(10) :2411–2422, 2007.
- [JOV09] Laurent Jacob, Guillaume Obozinski, and Jean-Philippe Vert. Group lasso with overlap and graph lasso. In *Proceedings of the 26th annual international conference on machine learning*, pages 433–440. ACM, 2009.
- [KG15] Matthieu Kowalski and Alexandre Gramfort. Inverse problems with time-frequency dictionaries and non-white gaussian noise. In *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2015 23rd European*, pages 1741–1745. IEEE, 2015.
- [KK16] Hirokazu Kameoka and Hideaki Kagami. Complex non-negative matrix factorization : Phase-aware sparse representation of audio spectrograms. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 140(4) :3053–3053, 2016.
- [KOS<sup>+</sup>16] Daichi Kitamura, Nobutaka Ono, Hiroshi Sawada, Hirokazu Kameoka, and Hiroshi Saruwatari. Determined blind source separation unifying independent vector analysis and nonnegative matrix factorization. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 24(9) :1626–1641, 2016.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [KS15] Muhammad Usman Khalid and Abd-Krim Seghouane. Multi-subject fMRI connectivity analysis using sparse dictionary learning and multiset canonical correlation analysis. In *Biomedical Imaging (ISBI), 2015 IEEE 12th International Symposium on*, pages 683–686. IEEE, 2015.
- [KSD13] Matthieu Kowalski, Kai Siedenburg, and Monika Dörfler. Social sparsity! neighborhood systems enrich structured shrinkage operators. *IEEE transactions on signal processing*, 61(10) :2498–2511, 2013.
- [KT05] Matthieu Kowalski and Bruno Torrèsani. A study of bernoulli and structured random waveform models for audio signals. In *SPARS 05*, pages TS2–1, 2005.
- [KT09] Matthieu Kowalski and Bruno Torrèsani. Structured sparsity : from mixed norms to structured shrinkage. In *Proceeding of Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS)*, April 2009.
- [KTO06] Zbynek Koldovsky, Petr Tichavsky, and Erkki Oja. Efficient variant of algorithm FastICA for independent component analysis attaining the Cramér-Rao lower bound. *IEEE Transactions on neural networks*, 17(5) :1265–1277, 2006.
- [Kut16] Heinrich Kuttruff. *Room acoustics*. Crc Press, 2016.
- [KVG10] Matthieu Kowalski, Emmanuel Vincent, and Rémi Gribonval. Beyond the narrowband approximation : Wideband convex methods for under-determined reverberant audio source separation. *IEEE Transactions on Audio Speech and Language Processing, Special Issue on : "Processing Reverberant"*, 17(7) :1818–1829, 2010.
- [LAC<sup>+</sup>06] Yuanqing Li, S-I Amari, Andrzej Cichocki, Daniel WC Ho, and Shengli Xie. Underdetermined blind source separation based on sparse representation. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 54(2) :423–437, 2006.
- [LCA04] Yuanqing Li, Andrzej Cichocki, and Shun-ichi Amari. Analysis of sparse representation and blind source separation. *Neural computation*, 16(6) :1193–1234, 2004.
- [LCG10] Dominic Langlois, Sylvain Chartier, and Dominique Gosselin. An introduction to independent component analysis : InfoMax and FastICA algorithms. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology*, 6(1) :31–38, 2010.
- [LCKL07] Yuanqing Lin, Jingdong Chen, Youngmoo Kim, and Daniel D Lee. Blind channel identification for speech dereverberation using  $\ell_1$ -norm sparse learning. In *NIPS*, pages 921–928, 2007.
- [LGBS00] Te-Won Lee, Mark Girolami, Anthony J Bell, and Terrence J Sejnowski. A unifying information-theoretic framework for independent component analysis. *Computers & Mathematics with Applications*, 39(11) :1–21, 2000.
- [LGH17] Xiaofei Li, Laurent Girin, and Radu Horaud. Audio source separation based on convolutive transfer function and frequency-domain

- Lasso optimization. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 2017.
- [Li14] Lianlin Li. Sparsity-promoted blind deconvolution of ground-penetrating radar (GPR) data. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 11(8) :1330–1334, 2014.
- [LJ08] Eric A Lehmann and Anders M Johansson. Prediction of energy decay in room impulse responses simulated with an image-source model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(1) :269–277, 2008.
- [LRHW15] Jonathan Le Roux, John R Hershey, and Felix Weninger. Deep NMF for speech separation. In *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2015 IEEE International Conference on*, pages 66–70. IEEE, 2015.
- [LS01] Daniel D Lee and H Sebastian Seung. Algorithms for non-negative matrix factorization. In *Advances in neural information processing systems*, pages 556–562, 2001.
- [Mal99] Stéphane Mallat. *A wavelet tour of signal processing*. Academic press, 1999.
- [MBJ<sup>+</sup>96] Scott Makeig, Anthony J Bell, Tzyy-Ping Jung, Terrence J Sejnowski, et al. Independent component analysis of electroencephalographic data. *Advances in neural information processing systems*, pages 145–151, 1996.
- [MBO00] Ali Mansour, Allan Kardec Barros, and Noboru Ohnishi. Blind separation of sources : Methods, assumptions and applications. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 83(8) :1498–1512, 2000.
- [MDO11] Rémi Mignot, Laurent Daudet, and François Ollivier. Compressed sensing for acoustic response reconstruction : Interpolation of the early part. In *Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics (WASPAA), 2011 IEEE Workshop on*, pages 225–228. IEEE, 2011.
- [MIZ01] Noboru Murata, Shiro Ikeda, and Andreas Ziehe. An approach to blind source separation based on temporal structure of speech signals. *Neurocomputing*, 41(1) :1–24, 2001.
- [MLS07] Shoji Makino, Te-Won Lee, and Hiroshi Sawada. *Blind speech separation*, volume 615. Springer, 2007.
- [Nes05] Yu Nesterov. Smooth minimization of non-smooth functions. *Mathematical programming*, 103(1) :127–152, 2005.
- [NJW<sup>+</sup>02] Andrew Y Ng, Michael I Jordan, Yair Weiss, et al. On spectral clustering : Analysis and an algorithm. *Advances in neural information processing systems*, 2 :849–856, 2002.
- [NV14] Joonas Nikunen and Tuomas Virtanen. Direction of arrival based spatial covariance model for blind sound source separation. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 22(3) :727–739, 2014.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [OCLPJ15] Yuyuan Ouyang, Yunmei Chen, Guanghui Lan, and Eduardo Pasiliao Jr. An accelerated linearized alternating direction method of multipliers. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 8(1) :644–681, 2015.
- [OF10] Alexey Ozerov and Cédric Févotte. Multichannel nonnegative matrix factorization in convolutive mixtures for audio source separation. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, 18(3) :550–563, 2010.
- [PAB<sup>+</sup>01] Mark D Plumbley, Samer Abdallah, JP Bello, ME Davies, J Klingseisen, G Monti, and MB Sandler. ICA and related models applied to audio analysis and separation. In *In Proc. 4th Int. ICSC Symposium on Soft Computing and Intelligent Systems for Industry*. Citeseer, 2001.
- [PP<sup>+</sup>97] Barak A Pearlmutter, Lucas C Parra, et al. Maximum likelihood blind source separation : A context-sensitive generalization of ICA. *Advances in neural information processing systems*, pages 613–619, 1997.
- [PSB03] Dinh-Tuan Pham, Christine Serviere, and Hakim Boumaraf. Blind separation of convolutive audio mixtures using nonstationarity. In *Proc. ICA*, pages 981–986, 2003.
- [SAG10] Prasad Sudhakar, Simon Arberet, and Rémi Gribonval. Double sparsity : Towards blind estimation of multiple channels. In *International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation*, pages 571–578. Springer, 2010.
- [SAM07] Hiroshi Sawada, Shoko Araki, and Shoji Makino. Measuring dependence of bin-wise separated signals for permutation alignment in frequency-domain bss. In *Circuits and Systems, 2007. ISCAS 2007. IEEE International Symposium on*, pages 3247–3250. IEEE, 2007.
- [SAM11] Hiroshi Sawada, Shoko Araki, and Shoji Makino. Underdetermined convolutive blind source separation via frequency bin-wise clustering and permutation alignment. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, 19(3) :516–527, 2011.
- [SAMM07] Hiroshi Sawada, Shoko Araki, Ryo Mukai, and Shoji Makino. Grouping separated frequency components by estimating propagation model parameters in frequency-domain blind source separation. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 15(5) :1592–1604, 2007.
- [SK02] Peter Svensson and Ulf R Kristiansen. Computational modelling and simulation of acoustic spaces. In *Audio Engineering Society Conference : 22nd International Conference : Virtual, Synthetic, and Entertainment Audio*. Audio Engineering Society, 2002.
- [SKAU13] Hideyuki Sawada, Hirokazu Kameoka, Shunsuke Araki, and Naonori Ueda. Multichannel extensions of non-negative matrix factorization with complex-valued data. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, 21(5) :971–982, 2013.
- [Sma07] Paris Smaragdis. Convolutive speech bases and their application to supervised speech separation. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 15(1) :1–12, 2007.

- [SMAM04] Hiroshi Sawada, Ryo Mukai, Shoko Araki, and Shoji Makino. A robust and precise method for solving the permutation problem of frequency-domain blind source separation. *Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on*, 12(5) :530–538, 2004.
- [STB12] Peter L Sondergaard, Bruno Torresani, and Peter Balazs. The linear time frequency analysis toolbox. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 10(04), 2012.
- [TCG09] Ronen Talmon, Israel Cohen, and Sharon Gannot. Relative transfer function identification using convolutive transfer function approximation. *IEEE Transactions on audio, speech, and language processing*, 17(4) :546–555, 2009.
- [Tib96] Robert Tibshirani. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 267–288, 1996.
- [TM17] Toru Taniguchi and Taro Masuda. Linear demixed domain multi-channel nonnegative matrix factorization for speech enhancement. In *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2017 IEEE International Conference on*, pages 476–480. IEEE, 2017.
- [Tse01] Paul Tseng. Convergence of a block coordinate descent method for nondifferentiable minimization. *Journal of optimization theory and applications*, 109(3) :475–494, 2001.
- [VBGB14] Emmanuel Vincent, Nancy Bertin, Rémi Gribonval, and Frédéric Bimbot. From blind to guided audio source separation : How models and side information can improve the separation of sound. *IEEE Signal Processing Magazine*, 31(3) :107–115, 2014.
- [VGF06] Emmanuel Vincent, Rémi Gribonval, and Cédric Févotte. Performance measurement in blind audio source separation. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, 14(4) :1462–1469, 2006.
- [Vig97] Ricardo Nuno Vigário. Extraction of ocular artefacts from EEG using independent component analysis. *Electroencephalography and clinical neurophysiology*, 103(3) :395–404, 1997.
- [Vin07] Emmanuel Vincent. Complex nonconvex  $\ell_p$  norm minimization for underdetermined source separation. In *International Conference on Independent Component Analysis and Signal Separation*, pages 430–437. Springer, 2007.
- [Vin08] M Vinyes. MTG MASS database.  
<http://www.mtg.upf.edu/static/mass/resources>, 2008.
- [Vir07a] Tuomas Virtanen. Monaural sound source separation by nonnegative matrix factorization with temporal continuity and sparseness criteria. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, 15(3) :1066–1074, 2007.
- [Vir07b] Tuomas Virtanen. Monaural sound source separation by perceptually weighted non-negative matrix factorization. *Tampere University of Technology, Tech. Rep*, 2007.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [VSB<sup>+</sup>07] Emmanuel Vincent, Hiroshi Sawada, Pau Bofill, Shoji Makino, and Justinian Rosca. First stereo audio source separation evaluation campaign : data, algorithms and results. *Independent Component Analysis and Signal Separation*, pages 552–559, 2007.
- [Wei08] Pierre Weiss. *Algorithmes rapides d’optimisation convexe. Applications à la reconstruction d’images et à la détection de changements*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis, 2008.
- [WKSM07] Stefan Winter, Walter Kellermann, Hiroshi Sawada, and Shoji Makino. MAP-based underdetermined blind source separation of convolutive mixtures by hierarchical clustering and  $\ell_1$ -norm minimization. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2007(1) :81–81, 2007.
- [WYZ15] Yu Wang, Wotao Yin, and Jinshan Zeng. Global convergence of ADMM in nonconvex nonsmooth optimization. *arXiv preprint arXiv :1511.06324*, 2015.
- [YL06] Ming Yuan and Yi Lin. Model selection and estimation in regression with grouped variables. *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Statistical Methodology)*, 68(1) :49–67, 2006.
- [YPC15] Lei Yang, Ting Kei Pong, and Xiaojun Chen. Alternating direction method of multipliers for a class of nonconvex and nonsmooth problems with applications to background/foreground extraction. *arXiv preprint arXiv :1506.07029*, 2015.
- [YR04] Ozgur Yilmaz and Scott Rickard. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking. *Signal Processing, IEEE transactions on*, 52(7) :1830–1847, 2004.
- [ZP01] Michael Zibulevsky and Barak A Pearlmutter. Blind source separation by sparse decomposition in a signal dictionary. *Neural computation*, 13(4) :863–882, 2001.

# Table des figures

1.1	Illustration d'un processus de séparation de deux sources à partir de deux observations. . . . .	12
3.1	Illustration d'un signal de parole. Haut : signal dans le domaine temporel. Bas : Signal dans le domaine temps-fréquence par transformée de Gabor. Il n'y a que peu d'atomes de valeur importante dans le plan temps-fréquence. (L'échelle de couleur est en dB). . . .	42
3.2	Illustration du nuage de points de deux mélanges à partir de trois signaux audio. Haut : le nuage de points dans le domaine temporel. Bas : le nuage de points dans le domaine temps-fréquence. Les points sont regroupés autour de trois lignes qui correspondent à trois sources.	43
4.1	Performances en fonction de la limite supérieure du nombre de sources pour différents cas. . . . .	65
4.2	Performances en fonction du SNR d'entrée dans le scénario déterminé ( $M = 3, N = 3$ ). . . . .	67
4.3	Performances en fonction du nombre de microphones dans un scénario bruité surdéterminé avec $N = 3$ et un SNR d'entrée égal à 7.6 dB. . . . .	68
4.4	Performances en fonction du niveau de parcimonie des sources estimées pour un SNR = 7.58 dB dans le scénario déterminé ( $M = 3, N = 3$ ). . . . .	69
4.5	Performances en fonction du nombre de sources dans le scénario sous-déterminé ( $M = 2$ ) . . . . .	70
4.6	Performances en fonction du SNR d'entrée dans le scénario sous-déterminé ( $M = 2, N = 3$ ). . . . .	71
4.7	Performances en fonction du niveau de parcimonie dans le cas sous-déterminé ( $M = 2, N = 3$ ) avec SNR=23.4 dB. . . . .	72
5.1	Illustration de NMF pour un spectrogramme d'un signal audio. . .	87
5.2	Illustration d'une réponse impulsionnelle d'une pièce pour un temps de réverbération $RT_{60} = 130$ ms. . . . .	98

## TABLE DES FIGURES

---

6.1	Illustration de groupement dans le plan temps-fréquence d'un signal audio. . . . .	101
6.2	Performances de séparation pour différentes tailles du voisinage pour WG-Lasso pour les sources de parole. . . . .	105
6.3	Performances de séparation pour différentes tailles du voisinage pour WG-Lasso pour les sources de musique. . . . .	106
7.1	Configuration de la pièce. . . . .	122
7.2	Performance de séparation de sources pour le cas $RT_{60} = 130$ ms sans bruit. . . . .	123
7.3	Performance de séparation des sources en fonction de niveau de parcimonie pour le cas $RT_{60} = 130$ ms sans bruit. . . . .	124
7.4	Performance de séparation de sources en fonction du temps de réverbération. . . . .	125
7.5	Performances de séparation des sources en fonction du temps de réverbération avec les versions oracles. . . . .	126
7.6	Performances de séparation en fonction du SNR en entrée. $RT_{60} = 50$ ms. . . . .	127
7.7	Performances de séparation en fonction du SNR en entrée. $RT_{60} = 130$ ms. . . . .	128
7.8	Performances de séparation en fonction du SNR en entrée avec permutation oracle. $RT_{60} = 130$ ms. . . . .	129
7.9	Performances de séparation des sources en fonction de niveau de parcimonie pour $RT_{60} = 50$ ms et un SNR en entrée de 9.87 dB. . . . .	130
7.10	Performances de séparation des sources en fonction de temps de réverbération $RT_{60}$ avec un SNR en entrée de 15 dB. . . . .	130
8.1	Performance de séparation. Pour STRAUSS-IS/KL et MNMF, la barre représente la valeur moyenne et la barre d'erreur représente la valeur maximale et minimale sur les 10 essais. . . . .	140
8.2	Performance des algorithmes en fonction du temps de réverbération. . . . .	141
8.3	Performance des algorithmes en fonction de la distance des microphones. . . . .	142
8.4	Performances des algorithmes en fonction du SNR d'entrées (Distance des microphones : $d = 4$ cm. Temps de réverbération $RT_{60} = 250$ ms). . . . .	143
8.5	Performances des algorithmes en fonction du temps de réverbération (Distance des microphones $d = 4$ cm, SNR d'entrée 15 dB) . . . . .	144
8.6	Performances des algorithmes en fonction du temps de réverbération sans bruit. (Distance entre les microphones $d = 4$ cm) . . . . .	145

8.7 Performances (SDR et SIR) des algorithmes en fonction de SNR  
d'entrée. (Temps de réverbération  $RT_{60} = 250$  ms. Distance des  
microphones  $d = 4$  cm.) . . . . . 146



# Liste des tableaux

4.1	Performances des différents algorithmes pour les mélanges sans bruit (sur)-déterminé pour $N = 3$ (SDR/SIR). Sur une ligne, la meilleure performance est en noir et gras. Si la différence entre une performance et la meilleure est inférieure à 1 dB, elle est affichée en gras grisé. La dernière ligne montre les résultats avec blanchiment (avec blanchiment, les performances sont très similaire avec différent $M$ , donc on n'affiche que celui avec $M = 10$ ). . . . .	66
4.2	Performances des différents algorithmes dans un environnement sans bruit et sous-déterminé avec un nombre de sources $N = 6$ (SDR/SIR). Sur une ligne, la meilleure performance est en noir et gras. Si la différence entre une performance et la meilleure est inférieure à 1 dB, elle est affichée en gras grisé. . . . .	70
4.3	Temps de calcul pour différents algorithmes. La durée des signaux est 6 s. Le taux d'échantillonnage est 11 kHz. Le nombre de microphones est $M = 2$ , le nombre de sources est $N = 3$ . . . . .	71
6.1	SDR/SIR avec différentes tailles de fenêtres de Gabor pour les sources de parole. . . . .	105
6.2	SDR/SIR avec différentes tailles de fenêtres de Gabor pour les sources de musique . . . . .	106
6.3	Performance (SDR/SIR) du WG-Lasso à deux couches en fonction de la taille différente de voisinage pour les signaux de parole . . . .	107
6.4	Performance (SDR/SIR) du WG-Lasso à deux couches en fonction de la taille différente de voisinage pour les signaux de musique . . . .	107
6.5	SDR/SIR : Deux Gabor vs Un Gabor . . . . .	108
7.1	Temps de calcul pour différents algorithmes. . . . .	128
8.1	Temps de calcul pour différents algorithmes . . . . .	145



# Remerciements

Mes remerciements vont d'abord à mon directeur de thèse, Matthieu Kowalski. Je suis très reconnaissant pour son soutien et ses conseils aux patients, pour tous les encouragements et les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de mes études.

Merci aux membres du jury, les rapporteurs Laurent Girin et Emmanuel Vincent, et les examinateurs Roland Badeau, Laurent Daudet, et Alexandre Gramfort, pour vous être intéressés à mon travail, pour avoir joué le jeu de la soutenance, et pour avoir, par vos remarques et conseils, amélioré la qualité de ce manuscrit.

Un grand merci aux permanents de Groupe Problème Inverse : Ali Mohammad-Djafari, Aurelia Fraysse, Nicolas Gac, et François Orioux, pour vos aides immenses à ma vie personnelle et professionnelle au L2S.

Merci à mes contemporains : Caifang Cai, Thomas Boulay, Ning Chu, Yuling Zheng, Long Chen, Leila Gharshalli, Mircea Dumitru, Li Wang, Alina Meresescu, Camille Chapdelaine, Mohamed Amine Hadj-Youcef, pour leur amitié et leur aide.

Mes remerciements vont, enfin mais en premier lieu, à ma famille : mes parents et ma copine, pour être toujours là.

**Titre : Séparation aveugle de source: de l'instantané au convolutif**

**Keywords :** Séparation de source, Problèmes inverses, Transformée de Gabor, Représentation parcimonieuse, Factorisation en matrices non-négatives, Optimisation

**Résumé :** La séparation aveugle de source consiste à estimer les signaux de sources uniquement à partir des mélanges observés. Le problème peut être séparé en deux catégories en fonction du modèle de mélange: les mélanges instantanés, où le retard et la réverbération (effet multi-chemin) ne sont pas pris en compte, et des mélanges convolutifs qui sont plus généraux mais plus difficiles. De plus, le bruit additif au niveau des capteurs et le cas des mélanges sous-déterminés, où il y a moins de capteurs que de sources, ajoutent à la complexité du problème.

Dans cette thèse, nous avons étudié le lien entre deux méthodes existantes pour les mélanges instantanés: l'analyse en composantes indépendantes (ICA) et l'analyse en composantes parcimonieuses (SCA). Nous avons ensuite proposé une nouvelle formulation générale permettant d'aborder aussi bien les cas (sur)déterminés que sous-déterminés, avec ou sans bruit. Les évaluations numériques montrent l'avantage des approches proposées.

Dans une deuxième partie, nous nous intéresseront aux mélanges convolutifs. Une première étude expérimentale sur les mélanges non aveugles de signaux audio permettent de montrer l'avantage des approches hybrides et du seuillage structuré.

La formulation proposée est généralisée pour les mélanges convolutifs. En intégrant un nouveau modèle d'approximation, les algorithmes proposés améliorent les résultats par rapport à l'état de l'art, en particulier dans les scénarios bruyants et / ou de forte réverbération.

Enfin, en exploitant le modèle NMF (factorisation en matrice non-négative), nous avons combiné l'hypothèse de rang faible et de parcimonie. Un nouvel algorithme pour les mélanges convolutifs sous-déterminés est proposé, se basant exclusivement sur le module des spectrogrammes des mélanges. Les expériences illustrent la bonne performance des algorithmes proposés pour les signaux de musique, en particulier dans des scénarios de forte réverbération.



**Title :** Blind source separation: from instantaneous to convolutive

**Keywords :** Source separation, Inverse problem, Gabor Transform, Sparse representation, Nonnegative matrix factorisation, Optimization

**Abstract :** Blind source separation (BSS) consists of estimating the source signals only from the observed mixtures. The problem can be divided into two categories according to the mixing model: instantaneous mixtures, where delay and reverberation (multi-path effect) are not taken into account, and convolutive mixtures which are more general but more complicated. Moreover, the additive noise at the sensor level and the underdetermined setting, where there are fewer sensors than sources, make the problem even more difficult.

In this thesis, we first studied the link between two existing methods for instantaneous mixtures: independent component analysis (ICA) and sparse component analysis (SCA). We then proposed a new formulation that works in both determined and underdetermined cases, with and without noise. Numerical evaluations show the advantage of the proposed approaches.

Secondly, the proposed formulation is generalized for convolutive mixtures with speech signals. By integrating a new approximation model, the proposed algorithms work better than existing methods, especially in noisy and/or high reverberation scenarios.

Then, we take into account the technique of morphological decomposition and the use of structured sparsity which leads to algorithms that can better exploit the structures of audio signals. Such approaches are tested for under-determined convolutive mixtures in a non-blind scenario. At last, being benefited from the NMF model, we combined the low-rank and sparsity assumption and proposed new approaches for under-determined convolutive mixtures. The experiments illustrate the good performance of the proposed algorithms for music signals, especially in strong reverberation scenarios.

